

Соответствующее ему А. р. есть А. р. в смысле Пуанкаре.

Асимптотич. ряды, как правило, расходятся, тем не менее их практич. ценность очень велика, т. к. каждая частичная сумма ряда $\sum_{n=0}^N f_n x^n$ даёт приближённое выражение для $f(x)$ с погрешностью, убывающей с уменьшением x тем быстрее, чем больше N . Однако, в отличие от сходящихся рядов, расходящиеся асимптотич. ряды могут обеспечить лишь некую конечную точность приближения, зависящую от величины N . В квантовой теории поля, напр., асимптотич. ряд перенормированной теории возмущений по константе взаимодействия, точнее по её квадрату α , как правило, имеет факториально растущие коэфф., т. е. ряд имеет вид

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} c_n n! \alpha^n, \quad (4)$$

где c_n — нек-рое медленно меняющееся по сравнению с $n!$ число, $n_0 \geq 0$ зависит от представляемой рядом величины. В частности, в квантовой электродинамике, где $\alpha = 1/137$, несмотря на расходимость ряда (4), его частичные суммы, вплоть до $N=137$, обеспечивают точность приближения, к-рая практически может считаться абсолютной.

Др. пример асимптотич. степенного ряда — А. р. интеграла

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(-t^2 - xt^4) = \\ = \exp(1/8x) K_{1/4}(1/8x) / \sqrt{4x}, \quad (5)$$

где $K_{1/4}$ — модифицир. ф-ция Бесселя III рода, или ф-ция Макдональда (см. *Цилиндрические функции*). Степенное А. р. может быть получено разложением экспоненты в подынтегральном выражении (5) в ряд Маклорена по x и последующим почленным интегрированием:

$$f(x) \sim \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(2n+1/2)}{\Gamma(n+1)} (-1)^n x^n, \quad (6)$$

где Γ — гамма ф-ция Эйлера (см. *Эйлера интегралы*). Ряд (6) имеет нулевой радиус сходимости, т. е. он расходится при всех значениях x , однако несколько первых его членов дают удовлетворит. описание поведения ф-ции в окрестности точки $x=0$. А. р. типа (6) характерны для большого числа задач квантовой механики, квантовой статистики и квантовой теории поля [2]. Это связано с представлением амплитуд перехода между разл. состояниями системы с помощью *функционального интеграла*. Так, амплитуда перехода из вакуума в вакуум в модели с взаимодействием $g\phi^4(x)$ (где $\phi(x)$ — нек-рое скалярное поле, g — константа взаимодействия) в *евклидовой квантовой теории поля* записывается в виде, аналогичном интегралу (5):

$$T(g) = \int \delta\phi(x) \exp \left\{ - \int dx \left[\frac{1}{2} (\nabla\phi(x))^2 + g\phi^4(x) \right] \right\}.$$

Асимптотич. ряды можно складывать, перемножать, делить и интегрировать точно так же, как сходящиеся степенные ряды, причём в результате получаются новые асимптотич. ряды. Дифференцирование асимптотич. ряда возможно только в случае, если $f(x)$ имеет непрерывную производную, к-рая также разлагается в асимптотич. степенной ряд; тогда

$$f'(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} a_n n x^{n-1}.$$

А. р. (1) может быть определено и для ф-ции комплексного аргумента z в окрестности точки z_0 , напр. в области $D: \{|z| < A, \beta_1 < \arg z < \beta_2\}$, при $z_0=0$.

Ф-ция не может быть представлена более чем одним А. р. в данной области значений аргумента, однако данному А. р. может соответствовать неск. разл. ф-ций. Однозначное восстановление ф-ции по её А. р. может быть осуществлено в ряде случаев, если известны аналитич. свойства искомой ф-ции. Именно такие за-

дачи возникают в физ. приложениях, напр. в квантовой механике и квантовой теории возмущений.

Проблема суммирования асимптотич. рядов в квантовой теории приобрела актуальность во 2-й пол. 70-х гг. после разработки способа получения асимптотич. оценок \tilde{f}_n для коэффициентов степенных разложений f_n теории возмущений, таких, что $\tilde{f}_n/f_n = 1 + O(n^{-1})$. Одним из распространённых приёмов суммирования в случае знакопеременных коэф. является метод, в к-ром предпологается, что сумма обладает аналитич. свойствами, соответствующими *Лапласа преобразованию* по переменной $1/x$, а также правомерность перестановки операций суммирования и интегрирования (метод Бореля). Другим распространённым приёмом суммирования асимптотич. рядов является аналогичное использование преобразования Зоммерфельда — Ватсона (см. [3]). В реальных квантовомеханических задачах, в отличие от квантовомеханических, аналитич. свойства суммы, как правило, неизвестны, вследствие чего использование того или иного конкретного способа суммирования обычно имеет статус правдоподобной гипотезы.

Понятия «А. р.» и «асимптотич. ряд» введены А. Пуанкаре в 1886 в связи с задачами небесной механики. Однако частные случаи А. р. были открыты и применялись ещё в 18 в. А. р. и асимптотич. ряды играют большую роль в разл. задачах математики, механики и физики. Это вызвано тем, что мн. задачи нельзя решить точно, но удаётся получить А. р. решения.

Лит.: 1) Уиттекер Э. Т., Ватсон Дж. Н., Курс современного анализа, пер. с англ., 2 изд., ч. 1, М., 1962, гл. 8; 2) Dingle R. V., *Asymptotic expansions*, L.—N. Y., 1973; 3) Казаков Д. И., Ширков Д. В., Суммирование асимптотических рядов в квантовой теории поля, Дубна, 1980; Казаков Д. И., Ширков Д. В., *Asymptotic series of quantum field theory and their summation*, «Fortschr. Phys.», 1980, Bd 28, S. 465. Д. И. Казаков, Д. В. Ширков.

АСПЕРОМАГНЕТИЗМ — магнитное состояние аморфного магнетика, в к-ром неупорядоченно локализованные магнитные моменты имеют преимущественную ориентацию (ниже определённой темп-ры упорядочения). Вещество в таком состоянии обладает спонтанной намагниченностью (подробнее см. *Аморфные магнетики, Сперомагнетизм*).

АСТАТ (Astatium), At,— радиоакт. хим. элемент VII группы периодич. системы элементов, ат. номер 85. Наиболее долгоживущие изотопы ^{210}At ($T_{1/2}=8,1$ ч) и ^{211}At ($T_{1/2}=7,21$ ч). Общее содержание А. в слое земной коры толщиной 1,6 км оценивается в 69 мг. Электронная конфигурация внеш. оболочек $5f^{14}6s^2p^5$. Энергия ионизации 9,2 эВ. Радиус атома 0,144 нм, радиус иона At^- —0,232 нм. Значение электроотрицательности 2,3.

В весовых кол-вах А. не выделен; опыты с микроколичествами этого элемента показали, что А. проявляет, с одной стороны, свойства неметалла и сходен с подом, с другой — свойства металла и сходен с полонием и висмутом. По оценке, $t_{\text{пл}}=244$ °С, $t_{\text{кип}}=309$ °С. В хим. соединениях А. может проявлять степени окисления $-1, +1, +5$ и, возможно, $+7$.

Лит.: Лаврухина А. К., Поздняков А. А., Аналитическая химия технеция, прометия, астатина и франция, М., 1966. С. С. Бердонос.

АСТЕРИЗМ (от греч. *astér* — звезда) — размытие в определ. направлениях дифракц. пятен на *лауэграммах*. Вследствие А. на лауэграммах появляются штрихи, или «хвосты», разл. длины, расходящиеся от центра, что придаёт дифракц. картине звездообразный вид.

А. — следствие деформации кристалла, в процессе к-рой он разбивается на фрагменты размером 1—0,1 мкм, слегка повернутые относительно друг друга вокруг нек-рых определ. кристаллографич. направлений. С увеличением деформаций «хвосты» удлиняются, по их направлению и величине растяжения можно судить о кол-ве, форме и размерах фрагментов и исследовать характер деформаций (см. *Рентгенография материалов*).