

частиц в разл. точках (r_1 и r_2) зависит от разности потенциальных энергий частиц в этих точках:

$$\frac{n_1}{n_2} = \exp \left\{ - \frac{U(r_1) - U(r_2)}{kT} \right\}.$$

В частном случае отсюда следует *барометрическая формула*, определяющая распределение плотности числа частиц в поле тяжести над земной поверхностью в зависимости от высоты H . В этом случае $U(H) = mgH$, где g — ускорение силы тяжести, m — масса частицы, H — высота над земной поверхностью.

Для смеси газов с частицами разл. массы Б. р. показывает, что распределение парциальных плотностей частиц для каждого компонента не зависит от др. компонентов. Для газа во вращающемся сосуде $U(r)$ есть поле центробежных сил $U(r) = -m\omega^2 r^2/2$, где ω — угловая скорость вращения. На этом эффекте основано разделение изотопов и высокодисперсных систем на центрифуге.

Для квантовых идеальных газов состояния отд. частиц определяются не импульсом и координатой, а квантовыми уровнями энергии \mathcal{E}_i частицы в поле $U(r)$. В этом случае ср. число \bar{n}_i заполнения i -го квантового состояния равно

$$\bar{n}_i = \exp [(\mu - \mathcal{E}_i)/kT], \quad (3)$$

где μ — химический потенциал, определяемый из условия, что суммарное число частиц на всех квантовых уровнях равно полному числу частиц в системе: $\sum_i \bar{n}_i = N$. Формула (3) есть предельный случай Ферми — Дирака распределения и Бозе — Эйнштейна распределения при таких темп-рах и плотностях, когда ср. расстояние между частицами значительно больше длины волн де Бройля, соответствующей ср. тепловой скорости $(V/N)^{1/3} \gg h/\sqrt{mkT}$, т. е. когда нет квантового вырождения газа.

Лит. см. при ст. *Больцмана статистика*. Д. Н. Зубарев. **БОЛЬЦМАНА СТАТИСТИКА** — статистика систем, содержащих большое число не взаимодействующих частиц (т. е. классич. идеального газа); частный случай статистики Гиббса для классич. идеального газа. Предложена Л. Больцманом (L. Boltzmann) в 1868—71. В более общем смысле Б. с. — предельный случай квантовых статистик идеальных газов (Бозе — Эйнштейна статистики и Ферми — Дирака статистики) для газа малой плотности, когда можно пренебречь квантовым вырождением газа, но следует учитывать квантовые уровни энергии частиц.

Основа Б. с. — распределение частиц идеального газа по состояниям. Поскольку частицы не взаимодействуют между собой, гамильтониан системы можно представить в виде суммы гамильтонианов отд. частиц и рассматривать состояния не в фазовом пространстве всех частиц, как в статистич. механике Гиббса, а в фазовом пространстве координат и импульсов одной частицы. Это фазовое пространство разбивается на большое число малых ячеек с таким фазовым объёмом G_i , чтобы каждая из них включала много близких состояний. Это возможно, т. к. уровни энергии макроскопич. системы расположены очень плотно и стремятся к непрерывному распределению с увеличением числа частиц N и объёма тела V (отношение N/V принимается постоянным). Состояние одной частицы соответствует определ. ячейке фазового пространства, а состояние всей системы из N частиц — набору чисел N_i , характеризующему распределение состояний частиц по ячейкам G_i . Фазовый объём ячеек выражается в единицах h^3 , где h — Планка постоянная, а число 3 соответствует числу степеней свободы одной частицы. Согласно квантовой механике, координату и импульс частицы можно определить лишь с точностью, допускаемой соотношением неопределённости, отсюда h^3 — миним. размер фазового объёма одной частицы (до создания квантовой механики единица фазового объёма выбиралась произвольно). Объём

G_i , выраженный в единицах h^3 , имеет смысл максимального возможного числа макроскопич. состояний в ячейке.

В Б. с. предполагается, что частицы распределяются по разл. состояниям совершенно независимо друг от друга и что они различимы между собой. Число различных возможных макроскопич. состояний, соответствующих заданному макроскопич. состоянию газа с энергией \mathcal{E} и числом частиц N (статистический вес W_B макросостояния по Больцману), определяется числом разл. способов, к-рыми можно распределить N частиц по состояниям в ячейках размером G_i при N_i частиц в каждой ячейке:

$$W_B \{N_i\} = N! \prod_i \frac{G_i^{N_i}}{N_i!}, \quad \sum_i N_i = N, \quad \sum_i \mathcal{E}_i N_i = \mathcal{E},$$

где учитывается, что перестановка частиц в пределах каждой ячейки не меняет состояния. При правильном больцмановском подсчёте статистич. веса надо, однако, учитывать, что перестановки тождественных частиц не меняют состояния, и поэтому W_B следует уменьшить в $N!$ раз:

$$W \{N_i\} = \prod_i \frac{G_i^{N_i}}{N_i!}.$$

Это правило подсчёта состояний, предложенное Гиббсом, лежит в основе Б. с. При таком определении статистич. веса для энтропии системы S получим:

$$S = k \ln W.$$

В основе статистической физики лежит предположение, что все макроскопич. состояния, реализующие данное макроскопич. состояние, равновероятны, поэтому вероятность макроскопич. состояния пропорциональна величине статистич. веса W . В статистич. равновесии энтропия максимальна при заданной энергии и числе частиц, что соответствует наиб. вероятному распределению. Его, следовательно, можно найти из условия экстремума S (или W) при фиксированных \mathcal{E} и N . Из этого условия следует *Больцмана распределение* для ср. чисел заполнения i -го состояния с энергией \mathcal{E}_i :

$$\bar{n}_i = \frac{N_i}{G_i} = \exp \left[\frac{\mu - \mathcal{E}_i}{kT} \right],$$

где μ — химический потенциал, T — абс. темп-ра. Энтропия идеального газа, подчиняющегося Б. с., равна

$$S = - \sum_i (N_i \ln G_i - \ln N_i!) = - \sum_i N_i \ln \frac{N_i}{G_i e},$$

т. к. $\ln N_i! \approx N_i \ln (N_i/e)$.

Б. с. применима к разреженным атомным и молекулярным газам и плазме, но для плотных газов и плазмы, когда существенно взаимодействие между частицами, надо применять не Б. с., а статистику Гиббса, т. е. *Гиббса распределение*. Б. с. применима к электронам в невырожденных полупроводниках, для металлов надо учитывать вырождение и применять статистику Ферми — Дирака.

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Статистическая физика, ч. 1, 3 изд., М., 1976, § 37, 38; Майер Дж., Геперт-Майер М., Статистическая механика, пер. с англ., 2 изд., М., 1980, гл. 7; Зоммерфельд А., Термодинамика и статистическая физика, пер. с нем., М., 1955, § 29. Д. Н. Зубарев.

БОЛЬЦМАНА Н-ТЕОРЕМА — одно из важных положений кинетич. теории газов, согласно к-рому для изолированных систем в неравновесном состоянии существует *H-функция* Больцмана, точнее — функционал, зависящий от ф-ции распределения частиц по скоростям и координатам и монотонно убывающий со временем. Б. Н-т. установлена Л. Больцманом (L. Boltzmann) в 1872. *H-функция* равна энтропии газа с обратным знаком, делённой на k ; следовательно, Б. Н-т. выражает закон возрастания энтропии для изолированных систем. В равновесном состоянии *H-функция* постоянна.