

В отличие от истинного тензора, любая компонента псевдотензора может быть локально обращена в нуль соответствующим выбором системы отсчёта. Последнее есть следствие *эквивалентности принципа*: локально гравитац. поле может быть устранено переходом в ускоренную систему отсчёта. Однако после усреднения по мн. длинам волн псевдотензор переходит в истинный тензор и усреднённая таким способом компонента $\langle t^{\rho\sigma} \rangle$ уже не может быть обращена в нуль никаким выбором системы отсчёта. Это означает, что, в отличие от эл.-магн. волны, энергия Г. в. не локализована.

Понятие слабой Г. в. обобщается и на случай, когда фоновое пространство-время является произвольно искривлённым, $g_{\mu\nu} \neq \eta_{\mu\nu}$, т. е. пространство-время не является пространством-временем Минковского. Если длина волны $\lambda \ll R$, где R — характерный радиус кривизны фонового пространства-времени, то $h_{\mu\nu}$ в волне описывается ур-нием

$$h_{\mu\nu} ;^{\rho} ;_{\rho} = 0, \quad (8)$$

где «;» означает ковариантное дифференцирование. Ур-ние (8) является обобщением ур-ния (3). И в этом случае псевдотензор энергии-импульса, усреднённый по участкам пространства-времени с размерами L , такими, что $\lambda \ll L \ll R$, превращается в истинный тензор в фоновом пространстве-времени и описывает влияние самих Г. в. на фоновую кривизну. Указанное обобщение представляет большой интерес, напр., в космологии при рассмотрении т. н. космологич. (или первичных) Г. в., распространяющихся на фоне однородной и изотропной Вселенной (пространство-время Фридмана).

Кроме того, известны точные решения ур-ний Эйнштейна, к-рые представляют собой обобщения слабой Г. в. на случай сильного гравитац. поля ($|h_{\mu\nu}| \sim 1$).

В дальнейшем будет рассмотрено излучение слабых Г. в.

Источники Г. в. Ур-ния Эйнштейна при наличии материи могут быть записаны в виде:

$$\square \bar{h}_{\nu}^{\mu} = \frac{16\pi G}{c^4} \tau_{\nu}^{\mu}, \quad (9)$$

где $\tau_{\nu}^{\mu} = T_{\nu}^{\mu} + t_{\nu}^{\mu}$, T_{ν}^{μ} — тензор энергии-импульса материи, а t_{ν}^{μ} — псевдотензор гравитац. поля. Решение (9) имеет вид:

$$\bar{h}_{\nu}^{\mu} = -\frac{4G}{c^4} \int (\tau_{\nu}^{\mu})_{t-R/c} dV/R \quad (10)$$

(dV — элемент объёма). Ф-ла (10) справедлива для любых источников. Но если массы в источнике движутся со скоростями, много меньшими скорости света, то решение (10) можно существенно упростить, положив всюду в (10) $R=R_0$, где R_0 — расстояние от центра масс системы до точки, в к-рой определяется $h_{\mu\nu}$. Если воспользоваться соотношением

$$\frac{\partial \tau_{\nu}^{\mu}}{\partial x^{\mu}} = 0, \quad (11)$$

к-рое непосредственно вытекает из (2) и (9), то, дважды применяя интегрирование по частям и ф-лу Гаусса, можно показать, что (10) в пределе медленных движений сводится к выражению

$$h_{ik} = -\frac{2G}{3c^4 R_0} \ddot{D}_{ik}, \quad i, k = 1, 2, 3, \quad (12)$$

где $D_{ik} = \int \rho [3 x^i x^k - (x^i)^2] dV$ — тензор квадрупольного момента (ρ — плотность материи в источнике).

В ОТО, в отличие от электродинамики, отсутствует дипольное гравитац. излучение: вследствие равенства тяжёлой (гравитац.) и инертной массы, а также закона сохранения импульса вторая производная по времени от дипольного момента $d_i = \int \rho x^i dV$ (определяющая

дипольное излучение) обращается в нуль, $\ddot{d}_i = \int \dot{p}^i dV$ (где p^i — компонента плотности импульса). Т. о., гравитац. излучение носит в осн. квадрупольный характер [h_{ik} , связанные с более высокими мультиполями, много меньше, чем величина (12)].

Из (7) и (12) следует, что вдали от источника поток энергии излучения $\mathcal{E}_{\text{ГР}}$ в элемент телесного угла, проинтегрированный по всем направлениям, равен

$$L_{\text{ГР}} = \int t^{0r} R^2 d\Omega = -\frac{d\mathcal{E}_{\text{ГР}}}{dt} = \frac{G}{45c^5} \ddot{D}_{ik}^2. \quad (13)$$

Скорость потери энергии за счёт излучения Г. в. может быть получена и без привлечения псевдотензора энергии-импульса гравитац. поля. Показано, что в ближайшей неволновой зоне гравитац. поле может быть описано модифицированным потенциалом, к-рый отличается от обычного ньютоновского потенциала качеств. добавкой

$$\Phi^{\text{реак}} = \frac{G}{15c^3} \ddot{D}_{ik} x^i x^k, \quad (14)$$

соответствующей силе реакции излучения (аналог силы радиац. трения в электродинамике)

$$\mathbf{F}^{\text{реак}} = -m \nabla \Phi^{\text{реак}}. \quad (15)$$

Тогда потеря энергии системой (источником) равна

$$\frac{d\mathcal{E}^{\text{реак}}}{dt} = \int \mathbf{v} \mathbf{F}^{\text{реак}} dV = -\frac{G}{45c^5} \ddot{D}_{ik} \dot{D}_{ik}. \quad (16)$$

Усредняя (16) по неск. периодам или характерным временам, дважды применяя интегрирование по частям, приходим к той же величине скорости потери энергии, что и (13).

Учитывая, что по порядку величины $\ddot{D}_{ik} \sim mr^2/T^3 \sim mv^3/r$ (m, r, T и v — характерные масса, размер, время и скорость в несферич. самогравитирующей системе), из (13) можно получить простые оценочные ф-лы:

$$L_{\text{ГР}} \sim \frac{G}{c^5} \left(\frac{m}{r}\right)^2 v^6 \sim L_0 \left(\frac{r_g}{r}\right)^2 \left(\frac{v}{c}\right)^6, \quad (17)$$

где $L_0 = c^5/G \approx 3,6 \cdot 10^{50}$ эрг/с, r_g — гравитационный радиус источника. Для гравитационно связанных систем

$$v \sim \left(\frac{Gm}{r}\right)^{1/2}, \quad T \sim \left(\frac{r_g}{Gm}\right)^{1/2}, \quad (18)$$

и поэтому

$$L_{\text{ГР}} \sim L_0 \left(\frac{r_g}{r}\right)^5, \quad \Delta \mathcal{E}_{\text{ГР}} \approx L_{\text{ГР}} \cdot T \sim mc^2 \left(\frac{r_g}{r}\right)^{7/2}. \quad (19)$$

Т. к. из (12) следует, что

$$h \sim \left(\frac{r_g}{R}\right) \left(\frac{v}{c}\right)^2, \quad (20)$$

то

$$h \sim 3 \cdot 10^{-18} \left(\frac{e}{0,1}\right)^{2/7} \frac{(m/M_{\odot})}{(R/10^6 \text{ км})}, \quad (21)$$

где $e = \Delta \mathcal{E}_{\text{ГР}}/mc^2 \sim (r_g/r)^{7/2}$ — эффективность гравитац. излучения.

Осн. источниками Г. в. являются след. астрофиз. объекты и явления: двойные звёздные системы (излучение носит периодич. характер); быстро вращающиеся (не аксально симметричные по форме) *пульсары* (периодич. излучение); столкновения компактных объектов — *нейтронных звёзд* или *чёрных дыр* — в плотных скоплениях (излучение носит характер всплесков); взрывы сверхновых (всплески); несферич. коллапс, к-рый может предшествовать взрыву сверхновой (всплески); космологич. Г. в. (излучение носит характер стохастич. шума) и др.