Если пространство аргументов X является *многообразием* (т. е. допускает введение локальных координат $x_1, \ldots, x_n$), И. и. функции $f(x)$ сводится к вычислению интеграла от *дифференциальной формы* $f \cdot \omega$, где $\omega = \rho(x) dx_1 \wedge \ldots \wedge dx_n$; явная ф-ла для $\rho(x)$ приводится ниже. Условие согласования имеет вид $\int\limits_X f \cdot \omega = \int\limits_X T_g f \cdot \omega$; здесь T_g означает оператор сдвига на X с помощью $g \in G$: $T_g f(x) = f(g^{-1}x)$.

Пусть $X = G$ — топологич. группа, действующая на себе левыми сдвигами. И. и. существует тогда и только тогда, когда G локально компактна (в частности, на бесконечномерных группах И. и. не существует). Для подмножества $A \subset G$ И. и. характеристич. ф-ции χ_A (равной 1 на A и 0 вне A) задаёт левую меру Хаара $\mu(A)$. Определяющим свойством этой меры является её инвариантность при левых сдвигах: $\mu(g^{-1}A) = \mu(A)$ для всех $g \in G$. Левая мера Хаара на группе определена однозначно с точностью до положит. скалярного множителя. Если известна мера Хаара μ, то И. и. ф-ции f даётся ф-лой $\int_G f(g) d\mu(g)$. Аналогичными свойствами обладает правая мера Хаара. Существует непрерывный гомоморфизм (отображение, сохраняющее групповое свойство) Δ_G группы G в группу (относительно умножения) положит. чисел, для к-рого

$$d\mu_l(gh) = \Delta_G(h)\, d\mu_l(g), \quad d\mu_r(hg) = \Delta_G(h)\, d\mu_r(g),$$
$$d\mu_r(g) = \mathrm{const} \cdot \Delta_G(g) d\mu_l(g) = \mathrm{const} \cdot d\mu_l(g^{-1}),$$

где $d\mu_r$ и $d\mu_l$ — правая и левая меры Хаара. Ф-цию $\Delta_G(g)$ наз. модулем группы G. Если $\Delta_G \equiv 1$, то группа G наз. унимодулярной; в этом случае правая и левая меры Хаара совпадают. Компактные, полупростые и нильпотентные (в частности, коммутативные) группы унимодулярны. Если G — n-мерная группа Ли и $\theta_1, \ldots, \theta_n$ — базис в пространстве левоинвариантных 1-форм на G, то левая мера Хаара на G задаётся n-формой $\omega = \theta_1 \wedge \ldots \wedge \theta_n$. В локальных координатах $\theta_i = \sum_j \theta_{ij}(x) dx_j$, $\omega = \det \|\theta_{ij}\|\, dx_1 \wedge \ldots \wedge dx_n$. Для вычисления форм θ_i можно воспользоваться любой матричной реализацией группы G: матричная 1-форма $g^{-1}dg$ левоинвариантна, а её коэф. являются левоинвариантными скалярными 1-формами, из к-рых и выбирается искомый базис. Напр., полная матричная группа $GL(n, R)$ унимодулярна и мера Хаара на ней задаётся формой $(\det g)^{-n} \bigwedge\limits_{ij} dg_{ij}$.

Пусть $X = G/H$ — однородное пространство, для к-рого локально компактная группа G является группой преобразований, а замкнутая подгруппа H — стабилизатором нек-рой точки. Для того чтобы на X существовало И. и., необходимо и достаточно, чтобы для всех $h \in H$ выполнялось равенство $\Delta_G(h) = \Delta_H(h)$. В частности, это верно в случае, когда H компактна или полупроста.

Полной теории И. и. на бесконечномерных многообразиях не существует. Отд. примеры см. в статьях *Функциональный интеграл, Винеровский функциональный интеграл, Калибровочные поля.*

Лит.: Вейль А., Интегрирование в топологических группах и его применения, пер. с франц., М., 1950; Кириллов А. А., Элементы теории представлений, 2 изд., М., 1978; Славнов А. А., Фаддеев Л. Д., Введение в квантовую теорию калибровочных полей, 2 изд., М., 1988.

А. А. Кириллов.

ИНВАРИА́НТНОСТЬ (от лат. invarians, род. падеж invariantis — неизменяющийся) — фундам. физ. понятие, выражающее независимость физ. закономерностей от конкретных ситуаций, в к-рых они устанавливаются, и от способа описания этих ситуаций. Понятие И. применяется также к физ. величинам, значения к-рых не зависят от способа описания.

И. формулируется как обобщение данных опыта и является физ. закономерностью. Среди прочих физ. закономерностей свойства И. выделены тем, что относятся к наиб. широкому кругу явлений, отражают наиб. общие и глубокие свойства физ. объектов. Поэтому иногда их называют принципами И. В ряде случаев понятие И. возникает только в определ. теоретич. рамках и для его формулировки необходимо ввести принципиально ненаблюдаемые величины. Так, описание *калибровочной инвариантности* происходит в терминах потенциалов поля (наблюдаемы их производные — напряжённости) и фаз волновых ф-ций (наблюдаемы квадраты их модулей — вероятности).

Изменение условий наблюдения часто эквивалентно изменению способа описания явления: смена места и времени наблюдения — сдвигу начала отсчёта координат и времени, замена частиц на *античастицы* — операции *зарядового сопряжения* и т. п. Количественно это описывается преобразованиями физ. величин: координат, времени, потенциалов поля, волновых ф-ций и т. д. Как правило, каждая совокупность таких преобразований образует *группу*; её наз. группой И. или группой симметрии. В *лагранжевом формализме* (и *гамильтоновом формализме*) наличие непрерывных групп И. влечёт за собой важные физ. следствия: благодаря *Нётер теореме* каждой однопараметрич. группе И. соответствует сохраняющаяся физ. величина, являющаяся *генератором группы.*

Принципы И. делятся на два осн. класса. И. первого класса, наиб. фундаментальная, характеризует геом. структуру пространства-времени. Однородность и изотропность пространства и однородность времени приводят к И. физ. законов относительно группы сдвигов координат и времени и пространств. вращений. Для изолиров. системы отсюда следует сохранение импульса, энергии и момента импульса. Эта И. является составной частью *относительности принципа*, содержащего дополнительно утверждение об И. относительно выбора инерц. системы отсчёта. В нерелятивистской теории полной группой И. является группа Галилея (см. *Галилея принцип относительности*), а релятивистская И. — это И. относительно преобразований *Пуанкаре группы.* И. первого класса универсальна и относится ко всем типам взаимодействий, к классич. и квантовой теории. В квантовой теории поля столь же универсальна *CPT*-И. (см. *Теорема CPT*), следующая из *релятивистской инвариантности* и *причинности принципа.*

Ко второму классу относятся менее универсальные принципы И., характеризующие отд. типы взаимодействий. Таковы И. относительно калибровочных преобразований, унитарной симметрии, цветовой симметрии; такова И. эл.-магн. и сильного взаимодействий относительно *обращения времени* и *пространственной инверсии*; в теории элементарных частиц кажется перспективным выделение спец. типа взаимодействий, обладающего И. относительно преобразований *суперсимметрии*, и т. д.

Принципы И. играют фундам. роль в построении физ. теорий и формулируются обычно как И. *действия* относительно преобразований групп симметрии. Чаще всего И. действия обеспечивается требованием И. *лагранжиана*, к-рое в значит. степени фиксирует его вид. Однако встречаются ситуации, когда И. действия обеспечена тем, что преобразование симметрии меняет лагранжиан на полную производную, а не просто оставляет его инвариантным.

Если теория строится как аксиоматическая, принципы И. явно включаются в число аксиом (см. *Аксиоматическая квантовая теория поля*) и существенно используются при получении общих следствий теории (напр., теоремы *CPT*, *дисперсионных соотношений*, *перекрёстной симметрии* и др.).

При построении разл. объединённых теорий возникла концепция приближённой, или нарушенной, И. Обычно в таких теориях имеется параметр с размерностью массы (напр., разность масс частиц, участвующих