где A — амплитуда, φ — фаза, φ_0 — её нач. значение. В случае строго гармонич. К. величины A, ω и φ_0 не зависят от времени. Очень употребительна также комплексная запись синусоидальных К.:

$$\tilde{u}(t)=\tilde{A}e^{i\omega t}=A\cos(\omega t+\varphi_0)+iA\sin(\omega t+\varphi_0),$$

в к-рой комплексная амплитуда $\tilde{A}=Ae^{i\varphi_0}$ объединяет в себе действит. значения амплитуды и фазы К. В частности, для показанного на рис. *д* затухающего К.

$$u(t)=\tilde{A}e^{-\delta t}e^{i\omega t},$$

где декремент затухания δ можно считать либо мнимой частью частоты $\tilde{\omega}=\omega+i\delta$, либо относить к экспоненциально убывающей амплитуде. При отрицат. δ этот коэф. наз. инкрементом, а соответствующее К. превращается в экспоненциально растущее. У К. с убывающей амплитудой периодичность нарушается, но при $\delta\ll\omega$ их всё же можно считать почти (квази) периодическими, а при $\delta\gg\omega$ почти апериодическими, т. е. по существу уже не К., а монотонными движениями.

Для передачи информации применяются модулиров. К., амплитуда, фаза или частота к-рых изменяются по закону кодирования информации, напр. в радиовещании высокочастотные К. модулируются К. звуковых частот, передающими речь, музыку. Наиб. употребительными являются модулиров. К. вида $u(t)=A(t)\cos\varphi(t)$, где амплитуда $A(t)$ медленно изменяется в масштабах периода К., а фаза $\varphi(t)$ обладает медленно изменяющейся производной, равной мгновенной частоте К., т. е. $\omega=d\varphi/dt\gg\omega^{-1}d\omega/dt$. К. наз. амплитудно-модулированным (рис., *ж*), если $\omega=\text{const}$, $\varphi_0=\text{const}$. В частности, при синусоидальной модуляции $A(t)=A_0(1+\alpha\sin\Omega t)$ такое К. есть сумма трёх синусоидальных К. с частотами ω_0, $(\Omega+\omega_0)$, $(\Omega-\omega_0)$:

$$A_0(1+\alpha\sin\Omega t)\cos(\omega_0 t+\varphi_0)=\frac{\alpha A_0}{2}\sin[(\Omega+\omega_0)t+\varphi_0]+$$
$$+\frac{\alpha A_0}{2}\sin[(\Omega-\omega_0)t-\varphi_0]+A_0\cos(\omega_0 t+\varphi_0).$$

Когда модулирующий сигнал $A(t)$ имеет сложный периодич. характер, то результирующее К. представляется сплошным набором К. всех частот (непрерывный спектр), симметрично сгруппированных около центральной (несущей) частоты ω_0.

При $A=\text{const}$, $\varphi=\omega_0 t+\varphi_0(t)$ К. наз. модулированным по фазе, а при $A=\text{const}$, $\varphi=\int\omega(t)dt$ модуляция является частным случаем фазовой. На рис. *з* и *и* приведены К., модулированные по амплитуде, частоте и фазе одновременно. Подробнее см. *Модулированные колебания*.

При изучении стохастич. процессов приходится иметь дело с частично и полностью случайными К. На рис. *к* дан пример синусоидального К., модулированного по амплитуде и фазе случайными ф-циями, а на рис. *л* дана одна из реализаций совершенно неупорядоч. процесса («белого шума»), к-рый лишь условно можно отнести к К.

Колебат. движения на плоскости или в пространстве в принципе могут быть представлены как совокупность одномерных К. вдоль соответствующих осей координат. Так, два гармонич. колебания (одномерные осцилляторы) с частотами $n\omega$ (вдоль оси x) и $m\omega$ (вдоль оси $y\perp$ оси x) являются проекциями сложных периодич. (при рациональном отношении n/m) плоских К., называемых *Лиссажу фигурами*. К ним принадлежит и равномерное движение по окружности (ротатор), к-рое можно разложить на два одинаковых синусоидальных К. ($n=m$), сдвинутых по фазе на $\pi/2$. Именно это обстоятельство составляет одну из причин, по к-рой гармонич. К. оказываются особо выделенными среди других движений в природе. В природе и во мн. техн. устройствах часто возникают движения, почти не отличающиеся (на протяжении больших промежутков времени) от чисто гармонич. или равномерно вращательных. Мн. физ. приборы (*анализаторы спектра*) выделяют из произвольных процессов наборы К., близких к гармоническим. Возможна и обратная процедура синтеза гармонич. К., математически соответствующая рядам и интегралам Фурье, в силу к-рой любой временной процесс можно воссоздать сложением или интегрированием гармонич. К. разл. частот и амплитуд.

Динамика колебаний. Свободные, или собственные, К. являются движением системы, предоставленной самой себе, в отсутствие внеш. воздействий. При малых отклонениях от состояния равновесия движения системы удовлетворяют *суперпозиции принципу*, согласно к-рому сумма двух произвольных движений также составляет допустимое движение системы; такие движения описываются линейными (в частности, дифференц.) ур-ниями. Если система ещё и консервативна (т. е. в ней нет потерь или притока энергии извне), а её параметры не изменяются во времени (о переменных параметрах будет сказано ниже), то любое собств. К. может быть однозначно представлено как сумма *нормальных колебаний*, синусоидально изменяющихся во времени с определ. собств. частотами. В колебат. системах с сосредоточенными параметрами, состоящих из N связанных осцилляторов (напр., цепочка из колебат. электрич. контуров или из соединённых упругими пружинками шариков), число нормальных К. (мод) равно N. В системах с распределёнными параметрами (струна, мембрана, полый или открытый резонатор) таких К. существует бесконечное множество. Напр., для струны с закреплёнными концами длиной L моды отличаются числом «полуволн», к-рые можно уложить на всей длине струны: $L=n\lambda/2$ ($n=0, 1, 2, \ldots, \infty$). Если скорость распространения волн вдоль струны равна v, то спектр собств. частот определится ф-лой

$$\omega_n=k_n v=\frac{2\pi}{T_n}=\frac{2\pi v}{\lambda_n}=n\frac{\pi v}{L}\quad(n=0,\ 1,\ \ldots,\ \infty).$$

Наличие *дисперсии волн* [зависимости $v=v(\omega)$] искажает это простое эквидистантное распределение частот, спектр к-рых определится уже из т. н. дисперсионного ур-ния: $\omega_n=\omega(k_n)=(n\pi/L)v(\omega_n)$. В реальных системах собственные К. будут затухать из-за потерь, поэтому их можно считать приближённо гармоническими лишь в интервале времени, меньшем $1/\delta$. Затухающее К. (рис., *д*) может быть представлено в виде пакета гармонич. К., непрерывно заполняющих интервал частот $(\omega_0\pm\Delta\omega)$ (интеграл Фурье), тем более узком, чем меньше δ ($\Delta\omega\sim\delta$). В этом случае говорят об уширении спектральной линии, иногда характеризуя её добротностью Q, равной отношению запасённой энергии W к потерям P за период колебаний $2\pi/\omega$, т. е. $Q=\omega W/P\approx\omega/2\delta$. Т. о., сгущение спектра из-за потерь влечёт за собой превращение дискретного спектра в сплошной, когда ширина линий становится прибл. равной интервалу между ними, т. е. $\Delta\omega\sim\alpha\sim\sim(\omega_{n+1}-\omega_n)$.

Собств. К. нелинейных систем менее доступны для классификации. Нелинейность систем с дискретным спектром собств. частот приводит к «перекачке» энергии К. по спектральным компонентам; при этом возникают процессы конкуренции мод — выживание одних и подавление других. Дисперсии могут стабилизировать эти процессы и привести к формированию устойчивых пространственно-временных образований, примерами к-рых в системах с непрерывным спектром являются *солитоны*.

Возбуждение колебаний происходит либо путём непосредств. воздействия на состояние колебат. системы (раскачка маятника периодич. толчками, включение периодич. эдс в колебат. контур и т. д.), либо путём периодич. изменения параметров этой системы (длины подвеса маятника, ёмкости или самоиндукции контура, коэф. упругости струны и т. п.), либо благодаря «самовозбуждению» К., т. е. возникновению колебат. движений внутри самой си-