

по всем промежуточным конфигурациям  $b$ ), в квантовой теории ему подчиняются не сами вероятности, а амплитуды  $A$  (также, что  $P_{ab} = |A_{ab}|^2$ ):  $A_{ac} = \sum_b A_{ab} A_{bc}$ . Матем.

Оформление этого утверждения эквивалентно введению функционального интеграла по значениям обобщённых координат в момент времени  $t$  на всех возможных траекториях системы. Все результаты обычной квантовой динамики получаются тогда из постулата, что фаза амплитуды есть классич. действие, измеренное в единицах  $\hbar$ :  $A_{ab} = \exp(iS_{ab}/\hbar)$ .

Фейнмановский функциональный (континуальный) интеграл широко используется также в квантовой теории поля.

В квазиклассич. приближении, когда фазы  $S/\hbar$  велики, осн. вклад в континуальный интеграл даёт область, где фаза стационарна, т. е.  $\delta S = 0$  при вариации траекторий. Т. о., принцип наим. действия для классич. траекторий оказывается следствием квантовой динамики.

Лит.: 1) Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Механика, 4 изд., М., 1988; и х же, Теория поля, 7 изд., М., 1988; 2) Арнольд В. И., Математические методы классической механики, 2 изд., М., 1979; 3) Месиведев Б. В., Начала теоретической физики, М., 1977; 4) Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В., Введение в теорию квантовых полей, 4 изд., М., 1984; 5) Березин Ф. А., Метод вторичного квантования, 2 изд., М., 1986; 6) Славнов А. А., Фаддеев Л. Д., Введение в квантовую теорию калибровочных полей, 2 изд., М., 1988. Б. В. Медведев, В. П. Павлов.

**ЛАГРАНЖИАНЫ** ( $\mathcal{L}$ ) — плотность Лагранжа функции

$L(t)$ ,  $L(t) = \int dx \mathcal{L}(t, \mathbf{x})$ ; играет фундам. роль в лагранжевом формализме для полевой системы. Задание  $L$  полностью определяет ур-ния движения и сохраняющиеся динамич. величины.  $L$  является функционалом полей, и вид этого функционала в значит. мере фиксируется физ. требованиями локальности, релятивистской инвариантности, инвариантности относительно групп внутренних симметрий. Благодаря локальности функционал сводится к ф-ции полей  $\varphi^a(x)$  и (обычно) их первых производных, взятых в одной и той же пространственно-временной точке  $x = (t, \mathbf{x})$ . Строго говоря, требования инвариантности налагаются не на сам  $L$ , а на действие  $S = \int_{\Omega} \mathcal{L}(x) dx$ . В зависимости же

$S$  от  $\mathcal{L}$  имеется произвол: добавление к  $\mathcal{L}$  полной производной любой ф-ции  $f(x)$ , обращающейся в 0 на границе области интегрирования  $\Omega$ , не меняет  $S$ , а также ур-ний движения и выражений для сохраняющихся динамич. величин. В релятивистской теории  $S$  и (с точностью до этого произвола)  $\mathcal{L}$  являются скалярами относительно преобразований Пуанкаре группы. В теории тяготения  $L$  есть скалярная плотность. В случае внутр. симметрий требования инвариантности не так универсальны: выбор группы симметрии по существу фиксирует модель, описывающую определ. круг физ. явлений. Напр., группой внутр. симметрии, скаляром относительно к-рой должны быть действие и  $L$ , для электродинамики является  $U(1)$ , для теории электрослабого взаимодействия —  $SU(2) \otimes U(1)$ , для квантовой хромодинамики —  $SU(3)$ . На языке теории групп в качестве  $L$  можно взять любую ф-цию Казимира операторов соответствующей группы. Далее выбор  $L$  определяется соображениями простоты: чтобы ур-ния движения были дифференциальными не выше 2-го порядка, суммарная степень производных в отд. слагаемых в  $L$  не должна превышать 2. В реальных ситуациях этих принципов отбора всё же не хватает для однозначного выбора  $L$ . В общем случае  $L$  оказывается полиномом по полям и их производным. Ближайшая по ним часть в  $L$  (кинетические плюс массовые члены) наз. свободным  $L$ , а остальные члены образуют  $L$  взаимодействия.

В квантовой теории поля  $L$  становится оператором, и его выражение через операторы полей требует доопре-

деления (см. Нормальное произведение).  $L$  взаимодействия участвует в построении матрицы рассеяния; перенормировка добавляет к нему контрчлены. Взаимодействие с внеш. классич. током  $j_a(x)$  описывается добавлением к  $L$  члена  $\sum_a j_a(x) \varphi^a(x)$ .

Принципиальное для квантовой теории поля требование перенормируемости налагает новые жёсткие ограничения на вид  $L$ ; в большинстве реальных моделей остающаяся свобода сводится к выбору небольшого числа констант (масс и констант взаимодействия).

Лит. см. при ст. Лагранжево формализм. В. П. Павлов.

**ЛАГРАНЖИАНЫ ЭФФЕКТИВНЫЕ** в квантовой теории поля — лагранжиан, в к-ром учтено в огранич. области энергий взаимодействие лишь части из полного числа степеней свободы, содержащихся в исходном фундам. лагранжиане квантовой теории поля (КТП). При этом «лишние» степени свободы, содержащиеся в фундам. лагранжиане, либо вообще не возбуждаются и могут не учитываться при построении  $L$  э., либо, через вакуумные флуктуации, определяют вид взаимодействия полей в  $L$  э. Практически любой из известных лагранжианов может рассматриваться как эффективный с точки зрения более глубокой теории. Поэтому  $L$  э. является одним из важнейших понятий КТП.

Процедура построения  $L$  э. состоит в исключении лишних степеней свободы из исходного лагранжиана. Исключение может производиться разными способами, напр. с помощью интегрирования по этим степеням свободы в функциональном интеграле (что соответствует суммированию по их вакуумным флуктуациям) или с помощью техники операторного разложения. В адронной физике, где явное исключение лишних степеней свободы, как правило, оказывается невозможным, методика построения  $L$  э. основывается на использовании принципов симметрии.

$L$  э. применяется для вычислений в низкоэнергетич. адронной физике, при описании слабого взаимодействия, в сочетании с операторным разложением он находит широкое распространение в квантовой хромодинамике (КХД). В практич. вычислениях последовательно использовать  $L$  э. можно только в 1-м порядке теории возмущений. Это, в частности, связано с тем, что при учёте входящих в  $L$  э. взаимодействий в высших порядках приходится учитывать (в промежуточных состояниях) возбуждение тех степеней свободы (напр., компонент полей с большими импульсами), к-рых нет в первоначальном  $L$  э. Т. о., учёт высших приближений, как правило, приводит к выходу за рамки применимости первоначального  $L$  э. Исключения составляют перенормируемые  $L$  э. (см. Перенормируемая теория возмущений), итерации к-рых при описании низкоэнергетич. процессов являются непротиворечивой. Все известные реалистич. лагранжианы (лагранжианы КХД и электрослабого взаимодействия) являются перенормируемыми  $L$  э. с точки зрения более глубокой КТП (напр., с точки зрения моделей великого объединения).

Исторически первым примером  $L$  э., непосредственно полученного из исходного фундам. лагранжиана, явился Гейзенберга — Эйлера лагранжиан (ГЭЛ), описывающий нелинейное взаимодействие низкоэнергетич. компонент эл.-магн. поля, возникающее за счёт суммирования по вакуумным флуктуациям электрон-позитронного поля в лагранжиане квантовой электродинамики. Характерной величиной напряжённости поля в ГЭЛ является  $F_0 = m^2 c^3 / e \hbar$ , где  $e$  и  $m$  — заряд и масса электрона ( $e^2 / \hbar c = \alpha \approx 1/137$ ). В полях такой напряжённости заряд  $e$  на расстоянии комптоновской длины электрона,  $r \sim \lambda_C = \hbar / mc$ , приобретает энергию  $\sim mc^2$ . ГЭЛ получен для медленно меняющихся полей с характерными частотами  $\omega \ll mc^2 / \hbar$ , поэтому он является ф-цией только отношений  $E/F_0$  и