

сятся сверхпроводники 1-го рода при темп-рах, но очень близких к критич. темп-ре. К лондоновским относятся сверхпроводники 2-го рода (как правило, сплавы), а также сверхпроводники при темп-ре, близкой к критической. В последнем случае ур-ние (1) является следствием феноменологич. теории сверхпроводимости Гинзбурга — Ландау (В. Л. Гинзбург, Л. Д. Ландау, 1950) и может быть выведено на основании микроскопич. теории (Л. П. Горьков, 1959).

Лит.: Де Жен П., Сверхпроводимость металлов и сплавов. пер. с англ., М., 1968. Н. Б. Коткин.

ЛОРАНА РЯД — ряд, представляющий аналитическую функцию в окрестности её изолиров. особой точки. Получил своё назв. по имени П. Лорана (P. Laurent). Если z_0 — изолиров. особая точка аналитич. ф-ции $f(z)$, то в окрестности z_0 ф-ция $f(z)$ представляется в виде суммы сходящегося ряда

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (z-z_0)^n,$$

коэф. к-рого определяются контурными интегралами:

$$c_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(z)}{(z-z_0)^{n+1}} dz, \quad n=0, \pm 1, \dots,$$

где γ — контур, охватывающий точку z_0 и лежащий в области аналитичности ф-ции $f(z)$, причём интегрирование производится в направлении против часовой стрелки. Совокупность членов Л. р. с неотрицат. степенями $(z-z_0)$ наз. его правильной частью, а совокупность членов с отрицат. степенями $(z-z_0)$ — главной частью.

Если бесконечное число членов гл. части Л. р. ф-ции $f(z)$ в точке z_0 отлично от нуля, то точка z_0 наз. существенно особой точкой. Если лишь конечное число членов гл. части Л. р. отлично от нуля, то точка z_0 наз. полюсом, причём макс. число n , для к-рого $c_{-n} \neq 0$, наз. кратностью полюса, а коэф. c_{-1} — вычетом ф-ции $f(z)$ в точке z_0 . Если гл. часть Л. р. ф-ции $f(z)$ тождественно равна нулю, то точка z_0 наз. устранимой особой точкой. В этом случае, после доопределения ф-ции $f(z)$ в точке z_0 с помощью ф-лы $f(z_0) = c_0$, $f(z)$ становится аналитич. ф-цией в окрестности точки z_0 , а её Л. р. совпадает с *Тейлора рядом*.

Лит. см. при ст. Аналитическая функция. Б. И. Завьялов.

ЛОРЕНЦА ГРУППА — группа вещественных линейных однородных преобразований 4-векторов $x = x^\mu = \{x^0, x^1, x^2, x^3\}$ пространства Минковского M_4 , сохраняющих (индефинитное) скалярное произведение

$$xy = x^0y^0 - x^1y^1 - x^2y^2 - x^3y^3 = g_{\mu\nu}x^\mu y^\nu = x^\mu y_\mu,$$

где $g = g_{\mu\nu}$ — метрич. тензор в M_4 (подразумевается суммирование по повторяющимся индексам). Названа по имени Х. А. Лоренца (H. A. Lorentz). Являясь подгруппой Пуанкаре группы (группы симметрии пространства-времени в отсутствие гравитации), Л. г. играет фундам. роль в релятивистской теории. Инвариантность действия относительно преобразований Л. г. отражает изотропность пространства-времени и влечёт за собой сохранение 4-тензора момента (см. *Нётер теорема*).

Преобразование Λ из Л. г. задаётся веществ. четырёхрядной матрицей $\Lambda = \Lambda_{\nu}^{\mu}$, так что $x^\mu \rightarrow x'^\mu = \Lambda_{\nu}^{\mu} x^\nu = \Lambda x$. Равенство $\Lambda x \cdot \Lambda y = xy$ эквивалентно $\Lambda^T g \Lambda = g$ (Λ^T транспонирована к Λ) и даёт $\det \Lambda = \pm 1$, $|\Lambda_0^0| \geq 1$. Л. г. L разбивается на 4 компоненты, связанные между собой в соответствии со знаками $\det \Lambda$ и Λ_0^0 :

$$L = L_+^\uparrow + L_-^\uparrow + L_+^\downarrow + L_-^\downarrow = L_+^\uparrow + PTL_+^\uparrow + PL_+^\uparrow + TL_+^\uparrow.$$

Здесь ниж. индекс — знак $\det \Lambda$, стрелка $\uparrow (\downarrow)$ отвечает знаку $\pm (-)$ Λ_0^0 ; P — инверсия (отражение) простран-

ства: $(Px)^0 = x^0$, $(Px)^j = -x^j$; T — инверсия времени: $(Tx)^0 = -x^0$, $(Tx)^j = x^j$, $j=1, 2, 3$. Преобразования с $\det \Lambda = 1$ наз. собственными, с $\Lambda_0^0 > 0$ — ортохронными. Собственная ортохронная группа L_+^\uparrow является подгруппой Л. г.

Л. г. — шестипараметрич. группа Ли; в L_+^\uparrow имеются 3 независимых пространственных вращения $R_{ij}(\alpha)$ на угол α в плоскости (x^i, x^j) :

$$x^\mu \rightarrow x'^\mu, \quad x'^0 = x^0, \quad x'^i = x^i \cos \alpha + x^j \sin \alpha, \\ x'^j = x^j \cos \alpha - x^i \sin \alpha$$

и 3 независимых (частных) Лоренца преобразования — гиперболич. повороты (бусты) $B_{0k}(\beta)$ на угол β в плоскости (x^0, x^k) :

$$x^\mu \rightarrow x'^\mu, \quad x'^0 = x^0 \operatorname{ch} \beta + x^k \operatorname{sh} \beta, \\ x'^i = x^i, \quad x'^j = x^j, \quad x'^k = x^k \operatorname{ch} \beta + x^0 \operatorname{sh} \beta$$

(здесь $i, j, k=1, 2, 3$ и их циклич. перестановки). Любой элемент Λ из L_+^\uparrow можно однозначно представить в виде $\Lambda = RB$, где R — пространств. вращение вокруг нек-рой оси, а B — гиперболич. поворот в плоскости (x^0, n) , где n — нек-рое направление.

В приложениях важно соответствие между L_+^\uparrow и группой $SL(2, C)$ комплексных матриц 2×2 с единичным определителем. Каждому x^μ из M_4 ставится в соответствие эрмитова матрица

$$X = x^\mu \sigma_\mu = \begin{pmatrix} x^0 + x^3 & x^1 - ix^2 \\ x^1 + ix^2 & x^0 - x^3 \end{pmatrix},$$

где σ_0 — единичная матрица 2×2 , σ_j — Паули матрицы; при этом $x^\mu x_\mu = \det X$ и $x^\mu = (1/2) \operatorname{Tr}(\sigma^\mu X)$. Тогда каждому преобразованию $X \rightarrow X' = SXS^+$, где $S \in SL(2, C)$, отвечает преобразование $\Lambda(S) \in L_+^\uparrow$, причём $\Lambda_\nu^\mu = (1/2) \operatorname{Tr}(\sigma_\nu S \sigma_\mu S^+)$. Это соответствие двузначно: $\Lambda(-S) = \Lambda(S)$; вращениям R отвечают унитарные матрицы $V = S(SS^+)^{-1/2}$, бустам B — положительно (либо отрицательно) определённые эрмитовы матрицы $H = (SS^+)^{1/2}$, а разложению $\Lambda = RB$ — разложение $S = VH$. Группа $SL(2, C)$ является универсальной накрывающей Л. г., являясь мин. односвязной группой, гомоморфной Л. г. (см. *Группа*).

Параметризации Л. г. с помощью углов поворотов отвечает матричное представление её генераторов $M_{ij} = iR'_{ij}(0)$, $M_{0k} = iB'_{0k}(0)$ (штрих означает здесь производную по углу). Их Ли алгебра характеризуется перестановочными соотношениями:

$$[M_{\mu\nu}, M_{\rho\sigma}] = i(g_{\mu\rho}M_{\nu\sigma} + g_{\nu\sigma}M_{\mu\rho} - g_{\mu\sigma}M_{\nu\rho} - g_{\nu\rho}M_{\mu\sigma}). \quad (1)$$

В трёхмерных обозначениях удобно перейти к комбинациям

$$N_i = (I_i + iK_i)/2, \quad N_i^+ = (I_i - iK_i)/2, \\ I_i = \epsilon_{ijk} M^{jk}/2, \quad K_i = M_{0i},$$

где ϵ_{ijk} — символ Леви-Чивиты. Тогда алгебра (1) распадается в прямую сумму двух алгебр Ли вращений групп $O(3)$:

$$[N_i, N_j] = i\epsilon_{ijk} N_k, \quad [N_i^+, N_j^+] = i\epsilon_{ijk} N_k^+, \quad [N_i, N_j^+] = 0. \quad (2)$$

Операторы Казимира, коммутирующие со всеми генераторами, имеют вид $C_1 = N_i N_i$, $C_2 = N_i^+ N_i^+$.

Неприводимые представления Л. г. (точнее, её подгруппы L_+^\uparrow) полностью характеризуются собств. значениями j_1, j_2 операторов C_1, C_2 . Для конечномерных представлений удобнее трёхмерная реализация (2) алгебры Ли. Вследствие её расщепления представление $D^{(j_1, j_2)}$ Л. г. строится как прямое произведение пред-