

распределённые по нормальному закону. Если изучаемое распределение есть $p(x|a)$, где x — измеряемая случайная величина, a — вектор неизвестных параметров, то ср. число событий в ячейке гистограммы $\bar{Y}_n(a)$ равно $M \int_{x_n}^{x_{n+1}} dx p(x|a)$ (M — полное число событий), а дисперсия Y_n равна $\bar{Y}_n(a)$. Тогда, согласно Н. к. м., оценка a должна находиться из минимума выражения

$$\Phi = \sum_{n=1}^N \frac{(Y_n - \bar{Y}_n(a))^2}{\bar{Y}_n(a)}. \quad (7)$$

Для упрощения задачи минимизации (7) $\bar{Y}_n(a)$ в знаменателе (7) часто заменяют на Y_n (модифицированный χ^2 -метод). Своё назв. метод получил по той причине, что при больших Y_n (приближение нормального распределения) $\Phi(a = \hat{a})$ распределено по χ^2 -распределению с числом степеней свободы $N - I - 1$.

Если ф-ции $f(x|a)$ или $p(x|a)$ нелинейны, то поиск оценки a осуществляется одним из методов численной минимизации (1) или (7). Тем не менее можно получить ряд асимптотич. свойств (при $N \rightarrow \infty$) оценки Н. к. м.

Оценка Н. к. м. состоятельна, т. е. при $N \rightarrow \infty$ один из корней системы ур-ний $\partial\Phi/\partial a_i = 0$ сходится к точному значению a . Оценка Н. к. м. асимптотически распределена по нормальному закону. Однако матрица ошибок \hat{a} больше обратной к информац. матрице (см. *Максимального правдоподобия метод*), т. е. оценка Н. к. м. не является эффективной. При конечных N оценка Н. к. м. является смещённой и неэффективной. Эфф. способ изучения её свойств является *Монте-Карло метод*: задаваясь значением a из области возможных значений, получают выборку Y_n ; по Y_n находят оценку \hat{a} и строят выборочные среднее \hat{a} и матрицу ошибок (вообще говоря, выборочное распределение). Отметим, что на практике широко используют приближённое выражение для матрицы ошибок

$$K_{ij} = \sum_{n=1}^N \frac{\partial f(x_n|a)}{\partial a_i} \cdot \frac{1}{\sigma_n^2} \cdot \frac{\partial f(x_n|a)}{\partial a_j}.$$

В том частном случае, когда распределение Y_n является многомерным нормальным распределением, ковариационная матрица к-рой не зависит от a , Н. к. м. совпадает с методом макс. правдоподобия. В этом случае оценка Н. к. м. обладает оптим. свойствами, присущими оценке максимума правдоподобия. Кроме того, $\Phi(a = \hat{a})$ распределено по χ^2 -распределению с числом степеней свободы $N - I$.

Для нелинейных $f(x|a)$ и $p(x|a)$ широкое использование Н. к. м. обусловлено двумя причинами: 1) метод не требует знания ф-ции распределения Y_n , а лишь среднего $M(Y_n) = f(x_n|a)$ и матрицы ошибок Σ ; 2) задача минимизации квадратичных форм (1) и (7) значительно проще задачи минимизации ф-ций более общего вида, к-рые появляются в др. методах оценивания.

Лит.: Ляпунов Ю. В., Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений, 2 изд., М., 1962; Клепиков Н. П., Соколов С. Н., Анализ и планирование экспериментов методом максимума правдоподобия, М., 1964; Худсон Д., Статистика для физиков, пер. с англ., 2 изд., М., 1970; Рао С. Р., Линейные статистические методы и их применения, пер. с англ., М., 1968; Статистические методы в экспериментальной физике, пер. с англ., М., 1976. В. П. Жигунов, С. В. Клименко.

НАЙКВИСТА ФОРМУЛА — соотношение, описывающее распределение по частотам тепловых флуктуаций тока или напряжения в квазистационарной пассивной электрич. цепи. Установлена Х. Найквистом (Н. Nyquist) в 1927, к-рый показал, что флуктуации тока в цепи можно рассматривать как следствие флуктуаций случайной эдс, локализованной в цепи.

Согласно Н. ф., спектральная плотность $(E^2)_\omega$ временной корреляционной функции $\langle E(t)E(0) \rangle$ (флуктуаций) случайных эдс $E(t)$ в произвольной квазиста-

ционарной пассивной электрич. цепи с импедансом $Z(\omega)$ равна

$$(E^2)_\omega = 2kTR(\omega), \quad R(\omega) = \text{Re}Z(\omega),$$

где $(E^2)_\omega$ связана с корреляц. ф-цией эдс соотношением

$$\langle E(t)E(0) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega (E^2)_\omega \exp(-i\omega t).$$

Спектральная плотность флуктуаций тока

$$(I^2)_\omega = 2kTR(\omega)/|Z(\omega)|^2,$$

т. к. в линейной цепи $E_\omega = Z(\omega)I_\omega$, где E_ω и I_ω — фурье-компоненты $E(t)$ и $I(t)$. Необходимое для вывода Н. ф. условие квазистационарности выполняется, если размеры электрич. цепи малы по сравнению с длиной волны $\lambda \sim c/\omega$; тогда ток одинаков для всех участков цепи.

Н. ф. справедлива для достаточно низких частот и высоких темп-р, когда $\hbar\omega \ll kT$ и можно пренебречь квантовыми эффектами. Если это условие не выполнено, имеет место обобщённая Н. ф., выведенная Х. Калленом (Н. В. Callen) и Т. Уэлтоном (Th. A. Welton) в 1951, согласно к-рой

$$(E^2)_\omega = \text{cth}(\hbar\omega/2kT)\hbar\omega R(\omega),$$

$$(I^2)_\omega = \text{cth}(\hbar\omega/2kT)\hbar\omega R(\omega)/|Z(\omega)|^2;$$

спектральные плотности $(E^2)_\omega, (I^2)_\omega$ в этом случае определены по отношению к симметризованным временным корреляц. ф-циям вида $(1/2)\langle E(t)E(0) + E(0)E(t) \rangle$ (аналогично для тока). Эти ф-лы являются частным случаем флуктуационно-диссипативной теоремы, к-рая определяет связь между флуктуациями системы в равновесном состоянии и её диссипативными свойствами.

Из Н. ф. следует, что флуктуации тока связаны с диссипацией в цепи и системы, не обладающие активным сопротивлением, не содержат источника теплового шума. Н. ф. применима только к достаточно хорошим проводникам, для к-рых на данной частоте ω можно пренебречь влиянием тока смещения. Если не учитывать этого обстоятельства, то Н. ф. приводит к парадоксу, стремлению флуктуаций к бесконечности при разрыве цепи ($R \rightarrow \infty$). Учёт влияния тока смещения изменяет Н. ф. и снимает этот парадокс.

Н. ф. является частным случаем общей теории эл.-магн. флуктуаций (см. *Флуктуации*), к-рая основана на ур-ниях Максвелла с источником случайного шума, подобных ур-нию Ланжевена в теории броуновского движения.

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Электродинамика сплошных сред, 2 изд., М., 1982, гл. 11; Левин М. Л., Рытов С. М., Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике, М., 1967, гл. 6; Введение в статистическую радиофизику, ч. 1 — Рытов С. М., Случайные процессы, М., 1976; Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П., Статистическая физика, ч. 2, М., 1978, гл. 8. Д. Н. Зубарев.

НАКАЧКА в квантовой электронике — процесс содания неравновесного состояния вещества под воздействием эл.-магн. полей, при соударениях с заряженными или нейтральными частицами, при резком охлаждении предварительно нагретых газовых масс и т. п. Н. переводит вещество из состояния термодинамич. равновесия в активное состояние (с инверсией населённости), в к-ром оно может усиливать и генерировать эл.-магн. волны (см. *Квантовая электроника, Лазер*). Термин «Н.» применяется также в радиотехнике и оптике для обозначения процессов воздействия на элементы параметрич. систем. Н. наа. и воздействие циркулярно поляризованным оптич. излучением на систему парамагн. частиц, находящихся в магн. поле, с целью изменения разности населённости магн. зеемановских подуровней энергии (см. *Зеемана эффект, Квантовые стандарты частоты, Квантовый магнетр*).