

центр (при $x = x_0$) и седло (при $x = 0$), первое из них устойчиво (локальный минимум потенц. энергии), второе неустойчиво. Выведенная из состояния покоя при $x = x_0$ частица совершает колебания в окрестности этой точки (замкнутые кривые на рис. 1). При малых отклонениях x от x_0 осциллятор является линейным, т. к. $\Phi - \Phi_{мин} \sim (x - x_0)^2$ при $x - x_0 \rightarrow 0$. С ростом энергии осциллятора \mathcal{E} фазовая траектория приближается к сепаратрисе. Колебания осциллятора становятся ангармоническими (возникают гармоники осн. частоты), т. к. всё большую часть периода занимают участки медленного движения частицы. Период колебаний возрастает с ростом их амплитуды и на сепаратрисе равен бесконечности (частица приближается к неустойчивому состоянию равновесия с бесконечно малой скоростью бесконечно долго). Т. о., колебания нелинейного осциллятора неизохронны — их период зависит от амплитуды (энергии).

В отличие от линейных систем, в Н. с. возможно взаимодействие колебаний (или волн) между собой. Такое взаимодействие имеет, напр., место в системе трёх нелинейно связанных осцилляторов, описываемой системой ур-ний

$$\ddot{x}_i + \omega_i^2 x_i = \mu \alpha_i x_j x_k; \quad i = 1, 2, 3; \quad j, k \neq i.$$

При малом μ — это слабонелинейная система. Поведение её близко к суперпозиции квазигармонич. колебаний осцилляторов с медленно меняющимися амплитудами. Благодаря нелинейной связи колебания двух осцилляторов с частотами ω_1 и ω_2 порождают в системе колебания с комбинац. частотами $\omega_1 \pm \omega_2$. Действие малой нелинейности накапливается, если выполнено условие резонанса частот

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3.$$

Эфф. обмен энергией между осцилляторами происходит, когда возбуждён ВЧ-осциллятор и энергия колебаний передаётся двум НЧ-осцилляторам — т. н. распадная неустойчивость, либо когда возбуждены два НЧ-осциллятора и идёт обратный процесс — слияние НЧ-колебаний. Подобный обмен энергией может быть периодическим (рис. 2).

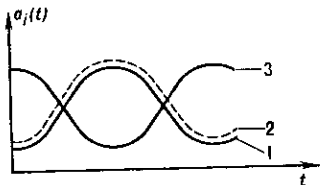


Рис. 2. Изменение амплитуд колебаний трёх взаимодействующих осцилляторов ($\omega_3 > \omega_1, \omega_2$).

К задаче о взаимодействии нелинейно связанных осцилляторов сводятся во мн. случаях задачи о взаимодействии квазимонохроматич. волн в безграничных Н. с., таких, как линии передачи и волноводы с нелинейными элементами, нелинейные среды и т. п. В Н. с. с дисперси-

Как и при взаимодействии нелинейно связанных осцилляторов, здесь возможны распадная неустойчивость и слияние волн.

В отсутствие дисперсии волн в Н. с. в синхронизме с исходной квазимонохроматич. волной находятся все её гармоники. Поэтому если исходная волна гармоническая, то она порождает за счёт нелинейности гармоники с кратными частотами и волновыми числами, причём с течением времени возбуждаются всё более высокочастотные гармоники. На пространственно-временном языке этот процесс соответствует искажению профиля исходного возмущения (рис. 4) и описывается ур-нием простой волны

$$u_t + uu_x = 0,$$

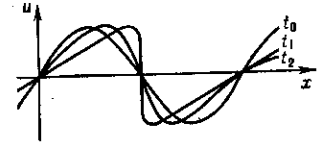


Рис. 4. Эволюция профиля исходной гармонической волны в отсутствие дисперсии волн ($t_0 < t_1 < t_2$).

к-рое отвечает, в частности, нелинейным акустич. волнам в системе отсчёта, движущейся со скоростью звука малой амплитуды и отражает зависимость скорости распространения возмущения от его интенсивности. Решением его являются простые волны (или Рима-на волны) $u = U(t - x/u)$, вид Φ -ции U задаётся нач. возмущением. При $u > 0$ точки профиля с течением времени сдвигаются в направлении распространения волны, а при $u < 0$ — в противоположном. Профиль волны искажается, и в нек-рый момент времени величина u_x становится бесконечной — происходит «прокидывание» волны. Применимость ур-ния нарушается.

Наличие дисперсии волн в области ВЧ стабилизирует «прокидывание», т. к. ВЧ-гармоники выходят из синхронизма и практически не возбуждаются. В результате противодействия нелинейности и дисперсии в безграничной Н. с. могут возникать т. н. стационарные волны, распространяющиеся с пост. скоростью без изменения формы профиля: периодич. волны сложной формы и уединённые волны — солитоны.

Наряду с взаимодействием волн в Н. с. важную роль играют эффекты самовоздействия. Если в Н. с. в силу особенностей дисперсионных характеристик условия трёхволнового взаимодействия не выполнены, то наиб. существенным является самовоздействие квазимонохроматич. волны. Оно возникает, напр., при распространении эл.-магн. волны в среде с показателем преломления, зависящим от интенсивности поля. В частности, пучок света в такой среде формирует неоднородное поперёк пучка распределение показателя преломления, подобное линзе, что в свою очередь может приводить к его фокусировке — происходит *самофокусировка света*. Аналогично возникает самомодуляция квазимонохроматич. волн в направлении их распространения и самосжатие волновых пакетов, приводящее к образованию стационарных волн огибающих нелинейных волновых пакетов, в т. ч. солитонов.

В Н. с. даже в отсутствие случайных воздействий возможны чрезвычайно сложные, нерегулярные колебания и волновые режимы, требующие для своего описания привлечения вероятностных методов, — т. н. *стохастические колебания*. Такие колебания может совершать, напр., частица в двумерном потенц. поле при нек-рых формах потенц. рельефа. Стохастическим является также взаимодействие квазимонохроматич. волн в нелинейной среде, когда возбуждено много волн и каждая из них участвует во мн. элементарных взаимодействиях, удовлетворяющих условиям синхронизма, — т. н. слабая турбулентность (см. *Турбулентность плазмы*).

Неконсервативные Н. с. Наиб. простое проявление диссипации в системе — затухание колебаний и волновых процессов. Однако в безграничной Н. с. благодаря диссипации существует режим, отсутствующий в кон-

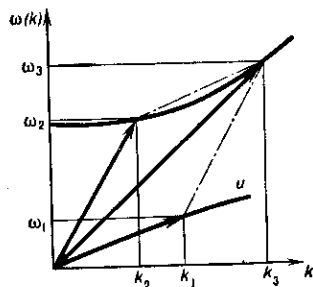


Рис. 3. Дисперсионные зависимости ионно-звуковых (1) и ленгмювских (2) волн в плазме и диаграмма, иллюстрирующая условия синхронизма трёх взаимодействующих волн.

ей волн эффективно взаимодействует ограниченное число волн, связанных с условиями резонанса частот и волновых векторов — условиями синхронизма. Для случая трёх взаимодействующих волн, напр. ионнозвуковой и ленгмювских волн в плазме (см. *Взаимодействие волн в плазме*), они имеют вид (рис. 3):

$$\omega_1(k_1) + \omega_2(k_2) = \omega_3(k_3), \\ k_1 + k_2 = k_3.$$