В случае ферми-систем a_f и $\overset{+}{a_f}$ имеют тот же смысл О. изменения на единицу числа n_f, но учёт антисимметрии базисных ф-ций по отношению к перестановкам индексов частиц и ограничение чисел заполнения двумя значениями 0, 1 приводят к перестановочным соотношениям антикоммутации:

$$\left[a_f, a^+_{f'}\right]_+ = a_f a^+_{f'} + a^+_{f'} a_f = \Delta(f - f');$$

$$[a_f, a_{f'}]_+ = \left[a^+_f, a^+_{f'}\right]_+ = 0.$$

В ряде задач, когда гамильтониан системы целиком выражается в терминах спиновых О., удобны О. рождения и уничтожения с коммутац. соотношениями смешанного типа:

$$\left[a_f, a^+_f\right]_+ = 1, \text{ но } \left[a_f, a^+_{f'}\right]_- = 0 \text{ для } f' \neq f,$$

$$[a_f, a_{f'}]_- = \left[a^+_f, a^+_{f'}\right]_- = 0.$$

По своей матем. природе они тождественны бозе-О., но действуют в урезанном пространстве чисел заполнения, допускающем значения $n_f = 0$ и $n_f = 1$. Их называют п а у л и - О., т. к. они непосредственно связаны со спиновыми матрицами Паули:

$$\overset{x}{\sigma}_f = \overset{+}{a}_f + a_f;\ \overset{y}{\sigma}_f = i\left(\overset{+}{a}_f - a_f\right);\ \overset{z}{\sigma}_f = 1 - 2\overset{+}{a}_f a_f.$$

Во всех случаях О. $n_f = \overset{+}{a}_f a_f$ является О. числа частиц в состоянии f и имеет собств. значения $n_f = 0$, 1, 2, ... для бозе-систем и $n_f = 0, 1$ для ферми- и паули-систем.

Чаще всего в приложениях индекс f означает импульс и спин $f = (\boldsymbol{p},\sigma)$ частицы, т. е. в качестве базисных ф-ций $|\ldots, n_f,\ldots>$ выбираются симметризов. или антисимметризов. произведения ф-ций $\varphi_f(x) = u_\sigma(s)\varphi_{\mathbf{k}}(\boldsymbol{r})$, где $\varphi_{\mathbf{k}}(\boldsymbol{r}) = (1/\sqrt{V})\exp(i\mathbf{k}\boldsymbol{r})$ — плоская волна (V — объём системы), $u_\sigma(s) = \Delta(\sigma - s)$ — спиновая ф-ция. Тогда $\overset{+}{a}_f$ и a_f — О. рождения и уничтожения частицы с данным значением импульса и спина. Возможно и «координатное» (или к.-л. иное) представление этих О., определяемое с помощью преобразования типа фурье-преобразования:

$$[x = (\boldsymbol{r}, s)],\ \Psi(x) = \sum_f a_f\varphi_f(x),\ \Psi^+(x) = \sum_f a^+_f\varphi^*_f(x).$$

О. динамич. величин в представлении вторичного квантования строятся след. образом: величинам аддитивного динамич. типа, таким, что $F = \sum_{1\leqslant i\leqslant N} F(x_i)$ (напр., полный импульс системы из N частиц, их полная кинетич. энергия, энергия взаимодействия с внеш. полем и т. д.) соответствуют О.

$$\hat{F} = \int\Psi^+(x)\hat{F}(x)\Psi(x)dx = \sum_{f,f'}\langle f|F|f'\rangle a^+_f a_{f'},$$

где $<f|F|f'>$ — О. $\hat{F}$ в f-представлении, матричные элементы к-рого рассчитываются с помощью ф-ций $\varphi_f(x)$; величинам бинарного типа $G = \sum_{1\leqslant i\leqslant j\leqslant N} G(x_i, x_j)$ (напр., энергии взаимодействия частиц друг с другом) соответствуют О.

$$\hat{G} = \frac{1}{2}\int\Psi^+(x_1)\Psi^+(x_2)\hat{G}(x_1x_2)\Psi(x_2)\Psi(x_1)dx_1dx_2 =$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{f_1,f_2,f'_2,f'_1}\langle f_1, f_2|G|f'_1, f'_2\rangle \overset{+}{a}_{f_1}\overset{+}{a}_{f_2} a_{f'_2} a_{f'_1},$$

 где $< f_1 f_2|G|f'_1\ f'_2 >$ — матричный элемент О. $\hat{G}$ в f-представлении, рассчитанный с помощью системы ф-ций $\varphi_f(x_i)$, и т. д.

Напр., гамильтониан системы нерелятивистских частиц с центр. их взаимодействием $\Phi(\boldsymbol{r}_i,\boldsymbol{r}_j) = \Phi(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j)$, находящихся во внеш. поле $U(\boldsymbol{r})$, в представлении вторичного квантования имеет вид

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}}\frac{\hbar^2k^2}{2m}\overset{+}{a}_{\mathbf{k}}a_{\mathbf{k}} + \frac{1}{V}\sum_{\mathbf{k},\varkappa}u^*(\varkappa)\overset{+}{a}_{\mathbf{k}+\varkappa}a_{\mathbf{k}} +$$

$$+ \frac{1}{2V}\sum_{\varkappa,\mathbf{k},\mathbf{k}'}\nu(\varkappa)\overset{+}{a}_{\mathbf{k}+\varkappa}\overset{+}{a}_{\mathbf{k}'-\varkappa}a_{\mathbf{k}'}a_{\mathbf{k}},$$

где $\nu(\varkappa)$ и $u(\varkappa)$ — фурье-образы потенциалов Φ и U, причём для частиц со спином нижний индекс у a^+ и a помимо волнового вектора $\mathbf{k}$ включает и спиновый индекс s: $k = (\mathbf{k},s)$, $k + \varkappa = (\mathbf{k} + \varkappa, s)$ и т. д. Каждое слагаемое этого О. имеет наглядный смысл: общая кинетич. энергия представлена как сумма по всем k кинетич. энергий $\hbar^2k^2/2m$, умноженных на числа частиц $\overset{+}{a}_{\mathbf{k}}a_{\mathbf{k}} = n_{\mathbf{k}}$ с этой энергией, каждое слагаемое из второй суммы учитывает рассеяние частицы $\mathbf{k}\to\mathbf{k}+\varkappa$ на фурье-компоненте внеш. поля $u(\varkappa)$, а из третьей суммы — рассеяние двух частиц $(\mathbf{k},\mathbf{k}')\to(\mathbf{k}+\varkappa,\ \mathbf{k}'-\varkappa)$ на фурье-компоненте потенциала их взаимодействия $\nu(\varkappa)$.

Помимо модели прямого взаимодействия частиц, возможной только в нерелятивистской теории, рассматривается взаимодействие частиц с разл. полями, переносящими это взаимодействие: в электродинамике с эл.-магн. полем (полем фотонов), в статистич. физике — с полем фононов и т. д. В гамильтониан системы в этом случае необходимо добавить свободную энергию этого поля $\sum_{\mathbf{k}}\omega(\mathbf{k})\overset{+}{b}_{\mathbf{k}}b_{\mathbf{k}}$ и О. взаимодействия его с частицами системы, имеющий вид

$$\frac{1}{\sqrt{V}}\sum_{\varkappa,\mathbf{k}}f(\varkappa)\left(\overset{+}{a}_{\mathbf{k}+\varkappa}a_{\mathbf{k}}b_{\varkappa} + \overset{+}{a}_{\mathbf{k}-\varkappa}a_{\mathbf{k}}\overset{+}{b}_{\varkappa}\right),$$

причём элементарный акт этого взаимодействия имеет характер рассеяния частицы с испусканием (или поглощением) кванта поля b. Подобные наглядные представления о взаимодействии послужили одним из стимулов развития диаграммной техники в квантовой теории поля и в квантовой статистике.

О. энергии и производные О. по времени. В квантовой теории О. энергии определяется как первая производная по времени, $\hat{\mathscr{E}} = i\hbar\partial/\partial t$. С его помощью записывается ур-ние Шрёдингера — осн. ур-ние квантовой механики, являющееся ур-нием движения для волновой ф-ции, $(\hat{\mathscr{E}} - \hat{H})\psi(t) = 0$. После подстановки $\psi(t) = \exp\{-i\hat{\mathscr{E}}t/\hbar\}\psi$ оно превращается в ур-ние на собств. значения гамильтониана, $(\hat{\mathscr{E}} - \hat{H})\psi = 0$, и определяет стационарные состояния системы. О. производной по времени $\dot{\hat{F}}$ физ. величины F определяется в соответствии с ур-нием движения для ψ как

$$\dot{\hat{F}} \equiv \frac{d\hat{F}}{dt} = \frac{\partial\hat{F}}{\partial t} + [\hat{H},\hat{F}]_-,$$

что позволяет определять в квантовой механике О. величин типа скоростей, ускорений и т. д. Если величина F не зависит явно от времени и коммутатор $[\hat{H},\hat{F}]_- = 0$, то эта величина является интегралом движения.

В релятивистской теории помимо ур-ний, содержащих О. $\hat{\mathscr{E}}$ в первой степени, напр. *Дирака уравнение* $(\hat{\mathscr{E}} - H_D)\psi=0$, используются ур-ния второго порядка по $\hat{\mathscr{E}}$ (*Клейна—Гордона уравнение*), $[\hat{\mathscr{E}}^2 - (c^2\hat{p}^2 + m^2c^4)]\psi=0$, для однокомпонентной ψ-функции частицы без спина, а также для векторных 4-компонентных ф-ций и тензорных более высокого ранга. Оператор $\hat{\mathscr{E}}$ можно рассматривать как нулевую компоненту релятивистского О. энергии-импульса $\hat{P}_\mu = (\hat{\mathscr{E}}/c, i\hat{p})$, $\mu = 0,1,2,3$, что по-