**Распространение волн в движущейся среде.** В ур-ние (5) кроме оптич. параметров среды $\varepsilon$ и $\mu$ входит величина скорости её перемещения $u = c\beta$ и угол $\vartheta$ между $\boldsymbol{u}$ и направлением распространения волны $\mathbf{k}$: $\mathbf{k}\boldsymbol{u} = ku\cos\vartheta$. От этих переменных зависит показатель преломления $n(\omega,\ \vartheta,\ \beta)$ для волн (1) в движущейся среде, равный $n(\omega,\ \vartheta,\ \beta) = ck/\omega$ и имеющий, согласно (5), вид

$$n_{1,2}(\omega,\vartheta,\beta) = \frac{-(\varepsilon\mu-1)\beta\cos\vartheta \pm \sqrt{\varepsilon\mu + (\varepsilon\mu-1)\beta^2\gamma^2\sin^2\vartheta}}{1-(\varepsilon\mu-1)\beta^2\gamma^2\cos^2\vartheta}. \quad (6)$$

Для решения определяют одну поверхность показателя преломления $n(\omega,\ \vartheta,\ \beta)$, поскольку $n_2(\vartheta) = -n_1(\pi - \vartheta)$, а сама поверхность имеет ось вращения, направленную по скорости перемещения среды $\boldsymbol{u}$. Фазовая скорость волн в движущейся среде $\boldsymbol{v}_{\text{фаз}} = [c/n(\omega,\ \vartheta,\beta)] \times \mathbf{k}/k$ (где $k = |\mathbf{k}|$) направлена по волновому вектору $\mathbf{k}$, а от $\vartheta$ и $u$ зависит только её величина $v_{\text{фаз}} = c/n(\omega,\vartheta,\ \beta)$. Поверхность этих скоростей является поверхностью вращения с осью, направленной по $\boldsymbol{u}$ (рис. 1). Она как целое смещена из начала координат «вниз по течению»

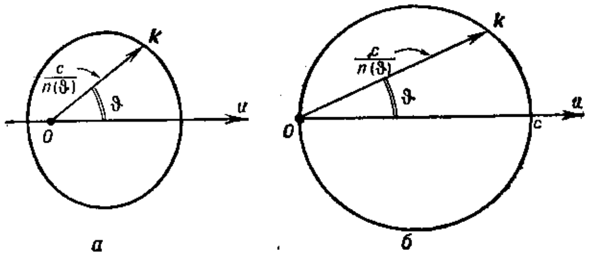


Рис. 1. Поверхности фазовой скорости в движущейся среде ($\vartheta$ — угол между направлением волнового вектора $\mathbf{k}$ и скоростью движения среды $\boldsymbol{u}$): $a$ — для случая $u < c/\sqrt{\varepsilon\mu}$; $б$ — для $u = c$.

среды. При $u = c$ $v_{\text{фаз}}(\vartheta) = c\cos\vartheta$, т. е. поверхность фазовых скоростей становится сферой диаметром $c$ и с началом координат на поверхности этой сферы. В групповой скорости волн $v_{\text{гр}} = \partial\omega/\partial\mathbf{k}$, получаемой из (5), имеются компоненты, направленные по $\mathbf{k}$ и по $\boldsymbol{u}$.

При медленном движении среды, когда $u\sqrt{\varepsilon\mu} \ll c$, показатель преломления и фазовая скорость, согласно (6), принимают вид

$$\begin{aligned} n(\omega,\vartheta,u) &\approx n_0(\omega) - \left\{\left(n_0^2(\omega) - 1\right) + \omega n_0(\omega)\frac{\partial n_0(\omega)}{\partial\omega}\right\}\frac{u}{c}\cos\vartheta, \\ v_{\text{фаз}}(\omega,\vartheta,u) &\approx \frac{c}{n_0(\omega)} + \left\{\left(1 - \frac{1}{n_0^2(\omega)}\right) + \frac{\omega}{n_0(\omega)}\frac{\partial n_0(\omega)}{\partial\omega}\right\}u\cos\vartheta. \end{aligned} \quad (7)$$

Фазовая скорость волн, распространяющихся под острым углом $\vartheta$ к направлению движения среды ($\cos\vartheta > 0$), т. е. «вниз по течению» среды, всегда больше скорости света в покоящейся среде: $v_{\text{фаз}}(\vartheta) > c/n(\omega)$. При распространении волны навстречу среде ($\cos\vartheta < 0$) $v_{\text{фаз}}(\vartheta) < c/n_0(\omega)$, ибо движущаяся среда частично «сносит» волну. В этом проявляется эффект увлечения света движущейся средой. Коэф. увлечения $\alpha = 1 - 1/n_0^2$ был рассчитан О. Френелем (A. J. Fresnel) в 1818, а дисперсионная добавка $(\omega\partial n_0(\omega)/\partial\omega)/n_0(\omega)$, теоретически рассчитанная X. Лоренцем (H. A. Lorentz) в 1895, была экспериментально подтверждена в 1905 П. Зееманом (P. Zeeman).

Существуют диспергирующие среды, в к-рых явление увлечения света движущейся средой отсутствует при любых скоростях. Так, если в системе покоя среды $\varepsilon(\omega')\mu(\omega') = [1 + g/(\omega')^2]$, где $g$ — постоянная, не зависящая от $\omega'$, то дисперсионное ур-ние примет вид $\mathbf{k}^2 - \omega^2/c^2 - g/c^2 = 0$. В него не входит скорость движения среды, а следовательно, и нет явления увлечения. В таких средах при малых скоростях их движения коэф. $\alpha = 1 - 1/n_0^2$ в ф-лах (7) в точности компенсируется дисперсионной добавкой $(\omega\partial n_0(\omega)/\partial\omega)/n_0(\omega)$. Распространённый пример таких сред — изотропная холодная электронная плазма, для к-рой $g = -\omega_p^2 = -4\pi e^2 N/m$, где $m$ и $N$ — масса и концентрация электронов, а $\omega_p$ — плазменная частота, имеющая одинаковый вид в разл. инерциальных системах. Т. о., движущаяся плазма не увлекает волну (а только влияет на характер её поляризации). Учёт дисперсии в произвольной движущейся среде приводит к тому, что при релятивистских скоростях движения среды ($\gamma \gg 1$), когда частота $\omega'$ в системе покоя среды становится очень большой вследствие эффекта Доплера (4), оптич. свойства такой среды становятся похожими на свойства электронной плазмы.

**Граничные задачи О. д. с.** Простейший пример — задача об отражении эл.-магн. волн от движущегося зеркала, впервые решённая Эйнштейном в 1905 методами частной теории относительности. Если волна вида (1) с амплитудой $\boldsymbol{E}_0$, волновым вектором $\mathbf{k}_0$ и частотой $\omega_0$ падает на движущееся ей навстречу плоское идеально отражающее зеркало со скоростью $\boldsymbol{v}$, направленной по нормали к поверхности зеркала, то отражённая от него волна будет иметь другие частоту ($\omega_1$),

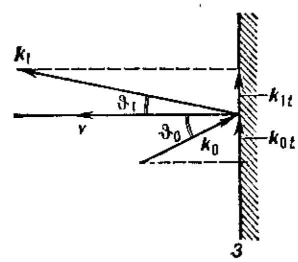


Рис. 2. Схема отражения волн от движущегося зеркала: З — зеркало, $v$ — скорость зеркала.

амплитуду ($\boldsymbol{E}_1$) и волновой вектор ($\mathbf{k}_1$) (рис. 2):

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{1+\beta^2+2\beta\cos\vartheta_0}{1-\beta^2}, \\ E_1 &= -\frac{\omega_1}{\omega_0}E_0, \\ \sin\vartheta_1 &= \frac{(1-\beta^2)\sin\vartheta_0}{1+\beta^2+2\beta\cos\vartheta_0}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\beta = v/c$, $\mathbf{k}_0\boldsymbol{v} = k_0 v\cos\vartheta_0$, $\mathbf{k}_1\boldsymbol{v} = kv\cos\vartheta_1$. Здесь $\vartheta_0$ и $\vartheta_1$ — углы падения и отражения волн, а векторы $\boldsymbol{E}_0$ и $\boldsymbol{E}_1$ перпендикулярны плоскости падения, в к-рой лежат векторы $\mathbf{k}_0$, $\boldsymbol{v}$ и $\mathbf{k}_1$. Ф-ла для $\omega_1$ в (8) получена с помощью соотношения (4) с заменой $\boldsymbol{u}$ на $\boldsymbol{v}$ и из условия равенства частот $\omega_0'$ и $\omega_1'$ этих волн в системе покоя зеркала. Связь $E_1$ с $E_0$ получена из условия обращения в нуль полного поля $\boldsymbol{E}$ на зеркале в системе его покоя. При этом было использовано равенство компонент $\mathbf{k}_{0t}$ и $\mathbf{k}_{1t}$ волновых векторов $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{k}_1$, касательных к поверхности зеркала. При попутном движении падающей волны и зеркала во всех формулах следует заменить $\beta$ на $-\beta$.

Ф-лы (8) показывают, что при отражении волн от движущегося навстречу им зеркала частота $\omega_1$ и величина $|E_1|$ отражённого сигнала становятся больше, чем соответствующие величины $\omega_0$ и $E_0$ для падающей волны, а угол отражения $\vartheta_1$ — меньше угла падения $\vartheta_0$. При релятивистских скоростях движения зеркала, когда $\beta \sim 1$ и $\gamma \gg 1$, угол отражения $\vartheta_1$ мал ($\vartheta_1 \ll 1$) при любых $\vartheta_0$. Это значит, что падающая под любым углом $\vartheta_0$ волна «отбрасывается» релятивистским зеркалом в направлении его движения. При нормальном падении волны на релятивистское зеркало значительно возрастает частота $\omega_1 = 4\gamma^2\omega_0 \gg \omega_0$ и амплитуда $|E_1| = 4\gamma^2|E_0| \gg |E_0|$ отражённого сигнала. Таким способом можно преобразовать излучение в более КВ-диапазоны с одноврем. увеличением мощности отражённого сигнала за счёт энергии движения зеркала. В качестве такого зеркала можно использовать пучок релятивистских электронов или плазму, движущиеся навстречу волне, для к-рых в системе покоя $\varepsilon(\omega')\mu(\omega') = 1 - \omega_p^2(\omega')^2$. В области частот $\omega' > \omega_p$ такое зерка-