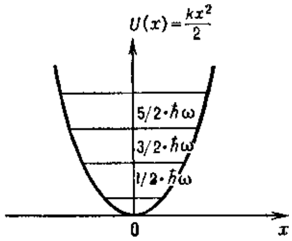
(рис.), а волновые ф-ции $\psi_n(x,t)$ стационарных состояний О. выражаются через полиномы Эрмита H_n (см. *Ортогональные полиномы*):

$$\psi_n(x,t) = (l\sqrt{\pi}2^n n!)^{-1/2}\exp(-x^2/2l^2)H_n(x/l)\exp(-i\mathscr{E}_n t/\hbar). \qquad (10)$$

Здесь l — амплитуда *нулевых колебаний*, $l=\sqrt{\hbar/m\omega}$. В осн. состоянии О. с волновой ф-цией

$$\psi_0(x) = (l\sqrt{\pi})^{-1/2}\exp(-x^2/2l^2)\exp(-i\omega t/2) \qquad (11)$$



его энергия (энергия нулевых колебаний) имеет наинизшее возможное значение $\mathscr{E}_0 = \hbar\omega/2$. В стационарных состояниях О. ср. значения координаты и импульса равны нулю. Согласно *Эренфеста теореме*, ср. значения координаты и импульса гармонич. О. изменяются в соответствии с классич. траекториями. Наглядно это движение проявляется в нормированных *когерентных состояниях* О. $\psi_\alpha(x,t)$:

$$\psi_\alpha(x,t) = (m\omega/\hbar\pi)^{1/4}\exp\Big\{-\frac{|\alpha|^2}{2} - \frac{i\omega t}{2} - \frac{x^2}{2\hbar}m\omega +$$
$$+\exp(-i\omega t)\alpha x(2m\omega/\hbar)^{1/2} - {}^1/_2\alpha^2\exp(-2i\omega t)\Big\}, \qquad (12)$$

удовлетворяющих нестационарному ур-нию Шрёдингера и являющихся собств. состояниями для неэрмитового интеграла движения (оператора уничтожения)

$$\hat{A}(t) = \frac{\exp(i\omega t)}{\sqrt{2}}\Big(\frac{\hat{x}}{l} + l\frac{i\hat{p}}{\hbar}\Big),\ [\hat{A},\hat{A}^+] = 1, \qquad (13)$$

с комплексным собств. значением α: $\hat{A}\psi_\alpha = \alpha\psi_\alpha$. В когерентном состоянии ψ_α ср. значения координаты $\langle\hat{x}\rangle$ и импульса $\langle\hat{p}\rangle$, как и в классич. механике, описывают в фазовом пространстве эллипс. Оператор уничтожения $\hat{A}$ и оператор рождения $\hat{A}^+$ действуют на n-е состояние след. образом:

$$\hat{A}\psi_n = \sqrt{n}\psi_{n-1},\ \hat{A}^+\psi_n = \sqrt{n+1}\psi_{n+1}, \qquad (14)$$

т. е. соответственно уничтожают и рождают квант энергии О. Через операторы рождения и уничтожения гамильтониан гармонич. О. выражается так:

$$\hat{H} = \hbar\omega(\hat{A}^+\hat{A} + {}^1/_2). \qquad (15)$$

Важность модели О. заключается в том, что все совр. модели *квантовой теории поля* базируются на многомерном (бесконечномерном) обобщении этого выражения:

$$\hat{H} = \sum_i \hbar\omega_i(\hat{A}_i^+\hat{A}_i + {}^1/_2), \qquad (16)$$

где индекс i трактуется как характеристика моды поля (эл.-магн., акустического и т. д., т. е. фотона, фонона и т. п.), а операторы $\hat{A}_i^+$, $\hat{A}_i$ — как операторы рождения и уничтожения кванта бозонного поля. К этой же модели сводятся движение заряда в магн. поле, изменение тока и напряжения в колебат. контуре, колебания ядер в многоатомных молекулах и атомов и молекул в твёрдых телах, колебат. движение нуклонов в ядрах и т. д.

При учёте затухания ур-ние движения (1) О. принимает вид

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega^2 x = 0, \qquad (17)$$

где γ — коэф. затухания, а движение О. представляет собой затухающие колебания около положения равновесия:

$$x(t) = A\exp(-\gamma t)\cos(\omega t + \varphi). \qquad (18)$$

В квантовой картине затухание колебаний О. описывается неск. моделями, одна из к-рых базируется на гамильтониане

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m\exp(2\gamma t)} + \frac{m\omega^2\hat{x}^2\exp(2\gamma t)}{2}, \qquad (19)$$

причём во всех моделях ср. значения координаты О. описываются ф-лой (18), а для др. величин в рамках разных моделей имеются различия. Если на О. действует внеш. периодическая (с частотой Ω) сила $f\cos(\Omega t)$, то возникают вынужденные колебания О. на частоте вынуждающей силы, описываемые ф-лой

$$x(t) = \frac{f\cos(\Omega t + \tilde{\varphi})}{m\sqrt{(\Omega^2-\omega^2)^2 + 4\gamma^2\Omega^2}},\ \mathrm{tg}\tilde{\varphi} = \frac{2\gamma\Omega}{\Omega^2 - \omega^2}. \qquad (20)$$

Резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний при сближении собств. частоты О. и частоты вынуждающей силы наз. резонансом гармонич. О. Коэф. затухания определяет сдвиг фазы $\tilde{\varphi}$ колебаний О. по отношению к вынуждающей силе, равный 0 при отсутствии затухания и $\pi/2$ в резонансе. Для квантового аналога О. с затуханием также существует резонанс.

Под влиянием внеш. силы $f(t)$ квантовый О. может переходить с одного уровня энергии (n) на другие (m). Вероятность этого перехода $W_{nm}(t)$ для О. без затухания даётся ф-лой

$$W_{nm}(t) = \frac{n!}{m!}|\delta|^{2(n-m)}\exp(-|\delta|^2\Big\{L_n^{m-n}(|\delta|^2)\Big\}^2, \qquad (21)$$

где $$\delta(t) = -il\hbar^{-1}\int_0^t f(\tau)\exp(i\omega\tau)d\tau,$$

L_n^{m-n} — полиномы Лагерра (см. *Ортогональные полиномы*). Правила отбора для О. определяются ненулевыми матричными элементами оператора координаты (дипольное приближение). Согласно ф-лам (13), (14), эти элементы отличны от нуля только для переходов между соседними уровнями, поэтому излучение О. происходит на одной частоте (совпадающей с классической, $\omega = \sqrt{k/m}$).

Если потенц. энергия О. содержит члены типа αx^4, βx^6 и т. д., то О. наз. ангармоническим (нелинейным) и характер его движения радикально отличается от даваемого ф-лой (2). Если частота гармонич. О. меняется со временем, то О. наз. параметрическим, для к-рого также характер колебаний отличен от (2), причём существуют новые явления, напр. параметрич. резонанс О.

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Квантовая механика, 4 изд., М., 1989; их же, Механика, 4 изд., М., 1988, с. 207; Малкин И. А., Манько В. И., Динамические симметрии и когерентные состояния квантовых систем, М., 1979.

В. И. Манько.

ОСЦИЛЛЯ́ЦИИ элементарных частиц — периодический во времени и пространстве процесс превращения частиц определ. совокупности друг в друга. В простейшем случае О. двух частиц A и B (или, что то же самое, О. в системе частиц A и B) — периодич. процесс полного или частичного перехода A в B и обратно: $A \leftrightarrow B$.

Первый и наиб. хорошо изученный пример — О. в системе нейтральных *К-мезонов*: $K^0 \leftrightarrow \tilde{K}^0$. Теоретич. предсказание и обсуждение эксперим. следствий О. $K^0 \leftrightarrow \tilde{K}^0$ были даны А. Пайсом (A. Pais) и О. Пиччони (O. Piccioni) в 1955 (эффект Пайса — Пиччони, обнаруженный и исследованный в 1957—61). В 1957 Б. М. Понтекорво высказал предположение о существовании др. пар нейтральных частиц, у к-рых не запрещены переходы частица — античастица и к-рые, следовательно, должны осциллировать. В этой связи предложены пока гипотетические О. мюоний — анти-