

если резонансным является первое слагаемое правой части (3), для  $k$ -рого условие резонанса имеет вид  $\omega_0 - \omega(k_0 - k_1) = \omega(k_1)$ , то вместо бесконечной системы ур-ний для связанных осцилляторов в первом приближении по малой связи ( $\epsilon \ll 1$ ) получаем укороченную систему для двух осцилляторов  $v_{k_1}$  и  $v_{k_2}$ , связанных условиями резонанса (1) при  $n = 1$ :

$$\begin{cases} \frac{d^2 v_{k_1}}{dt^2} + \omega_1^2(k_1)v_{k_1} = -\frac{\epsilon}{2}k_2^2 v_{\Phi}^2 \exp(-i\omega_0 t)v_{k_2}^*, \\ \frac{d^2 v_{k_2}^*}{dt^2} + \omega_2^2(k_2)v_{k_2}^* = -\frac{\epsilon}{2}k_1^2 v_{\Phi}^2 \exp(i\omega_0 t)v_{k_1} \end{cases} \quad (4)$$

(\* означает комплексное сопряжение).

Решение (4) ищется в виде

$$v_{k_i} = a_i(t) \exp[-i\omega_i(k_i)t],$$

где  $a_i(t)$  — медленно меняющиеся амплитуды связанных волн ( $i = 1, 2$ ), тогда:

$$\begin{aligned} -2i\omega_1 \frac{da_1}{dt} &= -\frac{\epsilon}{2}k_2^2 v_{\Phi}^2 a_2^* \exp(-i\Delta\omega t), \\ -2i\omega_2 \frac{da_2}{dt} &= -\frac{\epsilon}{2}k_1^2 v_{\Phi}^2 a_1 \exp(i\Delta\omega t), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\Delta\omega = \omega_0 - \omega_1 - \omega_2$  — частотная расстройка резонанса при параметрич. связи осцилляторов  $v_{k_1}$  и  $v_{k_2}$ . Решением (5) являются

$$a_1 \sim \exp[-i(\Delta\omega t/2) + vt],$$

$$a_2^* \sim \exp[i(\Delta\omega t/2) + vt],$$

где

$$v = \sqrt{\gamma_D^2 - (\Delta\omega)^2/4},$$

$$\gamma_D^2 \equiv \epsilon^2 k_1^2 k_2^2 v_{\Phi}^4 / 16\omega_1\omega_2.$$

Это решение описывает распадную параметрич. неустойчивость первого порядка ( $n = 1$ ). При отсутствии частотной расстройки ( $\Delta\omega = 0$ ) амплитуды дублета волн  $a_1$  и  $a_2$  экспоненциально нарастают с инкрементом  $v = \gamma_D$ . При этом необходимо выполнение соотношения  $\omega_1\omega_2 > 0$ , что вместе с распадными условиями (1) даёт  $\omega_0 > \omega_1, \omega_2$ . Иными словами, при распадной неустойчивости возбуждаются волны с частотами, меньшими частоты накачки (красные сателлиты). Неустойчивость развивается при  $v > 0$ , т. е. при  $\gamma_D > |\Delta\omega|/2$ . При расстройке  $|\Delta\omega|/2 > \gamma_D$  неустойчивость исчезает. Т. о., область частот  $\Delta\omega$ , где может существовать распадная П. н. (ширина зоны неустойчивости — зоны Матё), определяется условием  $|\Delta\omega| \leq 2\gamma_D$ . Т. к.  $\gamma_D$  в свою очередь пропорционален амплитуде волны накачки  $\epsilon$ , то и ширина зон неустойчивости пропорциональна  $\epsilon$ . Инкремент неустойчивости  $n$ -го порядка пропорционален  $n$ -й степени амплитуды  $\gamma_n \sim \epsilon^n$ , т. е. при малых амплитудах накачки ( $\epsilon \ll 1$ ) ширина зоны П. н. сужается с ростом  $n$  (рис. 1) пропорц.  $\epsilon^n$ . Поэтому практически важно учитывать неустойчивости первого порядка, а если для взаимодействующих волн не выполняются условия (1), то — второго порядка.

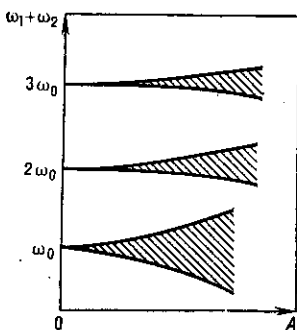


Рис. 1. Зоны распадной параметрической неустойчивости (Матё зоны) для основной частоты  $\omega_0$  и гармоник ( $n = 1, 2, 3$ ).

Если учесть затухание волн, введя в правые части (5) слагаемые  $-\gamma_1 a_1$  и  $-\gamma_2 a_2$  ( $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  — линейные декременты затухания волн), при  $\Delta\omega = 0$  получим для соответствующего инкремента распадной П. н.  $v_D$  след. выражение:

$$v_D = -\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} + \sqrt{\gamma_D^2 + \frac{(\gamma_1 - \gamma_2)^2}{4}}. \quad (6)$$

Из (6) можно получить выражение для порога распадной неустойчивости, определяемое в приближении однородной плазмы декрементами возбуждаемого дублета волн:  $\gamma_{Dпор}^2 = \gamma_1\gamma_2$ , а порог по амплитуде волны накачки  $\epsilon^2 = 16\omega_1\omega_2\gamma_1\gamma_2/k_1^2k_2^2v_{\Phi}^4$ . Из него следует, что при стремлении к нулю хотя бы одного из декрементов затухания дублета связанных волн порог по амплитуде волны накачки исчезает.

В неоднородной плазме при определении порогов распадной П. н. существенную роль играет вынос волн из зоны резонансного взаимодействия, где выполняются условия (1). Это связано с тем, что П. н. относится к классу конвективных, а не абсолютных неустойчивостей.

**Модуляционная неустойчивость.** Если одна из волн возбуждаемого дублета является низкочастотной, то при достаточных амплитудах волн накачки инкремент П. н. формально превышает НЧ, тогда возникает др. разновидность П. н. — модуляц. неустойчивость. Для неё лишь ВЧ близка к частоте собств. колебаний среды, а другая — к вынужденным колебаниям среды, к-рые распространяются с почти групповой скоростью волны накачки. При этом необходимо учитывать кроме собств. моды ( $\omega_1, k_1$ ) нару волн для волновых векторов  $k_{\pm} = k_0 \pm k_1$ . Условие возникновения модуляц. П. н. имеет вид  $\alpha \Delta^2 \omega_0 / dk_0^2 < 0$ , где  $\alpha$  — коэф., связывающий нелинейный сдвиг частоты волны накачки с квадратом её амплитуды, т. е. с её интенсивностью. Смысл критерия и самой неустойчивости заключается в следующем. Если промодулировали исходную волну накачки (напр.,  $\alpha > 0$ ), тогда в областях макс. амплитуд (точки А и А', рис. 2) фазовая скорость больше, чем в областях мин. амплитуд (точка В). Это означает рост числа узлов исходной волны при приближении к области мин. амплитуд (область а) и уменьшение числа узлов при удалении от неё (область б), так что если групповая скорость имеет отрицат. производную по  $k$ , то колебания в области а с убывающей амплитудой отстают, а в области с нарастающей амплитудой (область б) убегают вперёд, увеличивая тем самым рост амплитуды и углубляя её минимум.

Рассмотрим возникновение модуляц. неустойчивости ленгмюровских волн в плазме. Она появляется в том случае, когда инкремент П. н. волн  $l \rightarrow l' + s$  превышает частоту ионно-звуковых колебаний. При больших амплитудах накачки медленные колебания плазмы,

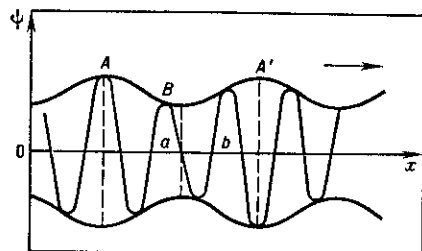


Рис. 2. Развитие модуляционной неустойчивости,  $\psi$  — фаза волны.

созданные подеромоторной силой ВЧ-давления, уже не совпадают с ионно-звуковыми колебаниями. При движении на фоне медленно изменяющихся вариаций плотности плазмы  $\delta n$  частота (энергия) плазмонов —