

ки, т. е. от способа разделения всех процессов на  $N$ - и  $U$ -процессы.

Лит.: Займан Д. Ж., Электроны и фононы, пер. с англ., М., 1962; Гантмахер В. Ф., Левинсон И. Б., Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках, М., 1984. И. Б. Левинсон.

**ПЕРЕВАЛА МЕТОД** — способ оценки интегралов, подынтегральные ф-ции  $k$ -рых имеют резкий максимум. Обычно П. м. применяют для оценки интегралов вида

$$I(\lambda) = \int_{\gamma} dz f(z) \exp[\lambda q(z)],$$

где  $\lambda$  — большой параметр,  $\lambda \rightarrow \infty$ ,  $\gamma$  — контур в комплексной плоскости  $z$ , ф-ции  $f(z)$  и  $q(z)$  аналитичны в области, содержащей  $\gamma$ . П. м. позволяет получить асимптотическое разложение интеграла  $I(\lambda)$ . Суть П. м. заключается в том, что для подынтегральной ф-ции с резким максимумом осн. вклад в интеграл даёт малая окрестность точки максимума  $z_0$ . Преобразуя путь интегрирования и производя замену переменных, добиваются того, чтобы наиб. вклад в интеграл давала окрестность  $z_0$  как можно меньшего размера, а подынтегральная ф-ция имела наиб. простой вид. Получающиеся эталонные интегралы часто удаётся вычислить. Простейший вариант П. м. был использован П. Лапласом (P. Laplace) в 1820, затем он был развит в работах Б. Римана (B. Riemann) в 1863 и П. Дебая (P. Debye) в 1909.

На первом этапе вычислений контур  $\gamma$  деформируют в контур с теми же концами, проходящий через стационарные точки  $z_0$  ф-ции  $q(z)$  [точки, в  $k$ -рых  $q'(z)=0$ ]. Стационарная точка является седловой точкой поверхности  $u = u(x, y) = \text{Re}q(z)$ ,  $z = x + iy$ . Наиб. удобный путь интегрирования совпадает с линией, вдоль  $k$ -рой  $\text{Im} q(z)$  постоянна, а  $\text{Re}q(z)$  убывает быстрее всего (перевальный контур, путь наибольшего спуска), тогда вычисление интеграла сводится к интегрированию по вещественной переменной. Др. возможность — выбор линии с постоянной  $\text{Re}q(z)$ , в этом случае П. м. переходит в метод стационарной фазы. Если при переходе к перевальному контуру встречаются особые точки ф-ции  $f(z)$ , соответствующие вклады учитывают с помощью Коши теоремы. Если в рассматриваемой области  $q'(z)$  не имеет нулей, осн. вклад в интеграл даёт окрестность одного из концов контура интегрирования.

На след. этапе вычислений производят замену переменной  $\tau(s) = q(z)$  так, чтобы максимум ф-ции  $\tau$  достигался при  $s = 0$ , а производная  $\tau'(s)$  обладала нулями такого же порядка, как и ф-ция  $q'(z)$ . От выбора  $\tau(s)$  зависит вид эталонного интеграла.

1. Если  $q'(z)$  имеет в точке  $z_0$  нуль порядка  $m$ , а  $f(z)$  регулярна вблизи  $z_0$ , то  $\tau(s) = q(z_0) - s^{m+1}$ . Эталонный интеграл выражается через гамма-функцию (см. Эйлеры интегралы).

2. Если  $q'(z)$  имеет два близко расположенных простых нуля  $z_{1,2}$ , то  $\tau(s) = a_0 + \sigma s - s^3/3$ ,  $\sigma \rightarrow 0$ ,  $a_0$  — постоянная. Эталонный интеграл выражается через Эйри функцию. Если  $\sigma$  конечна, то надо учитывать вклады каждого нуля отдельно (случай 1).

3. Три равноотстоящих нуля, расположенных близко друг к другу. Подстановка  $\tau(s) = a_0 - (a + s^2)^2$ , эталонный интеграл выражается через параболического цилиндра функцию.

4. Если вблизи  $z_0$  имеется полюс ф-ции  $f(z)$ , то интеграл разбивается на две части, одна из  $k$ -рых соответствует случаю 1, а вторая выражается через интеграл вероятности или Френеля интеграл (см. Интегральные функции).

5. Если  $f(z)$  имеет точку ветвления 1-го порядка вблизи простой седловой точки, то интеграл выражается через ф-цию параболич. цилиндра.

6. Седловая точка находится вблизи концевой точки контура интегрирования, но не совпадает с ней. Эталонный интеграл выражается через интеграл Френеля.

Напр., если ф-ция  $f(z)$  не имеет особенностей вблизи изолиров. седловой точки 1-го порядка  $z_0$ , т. е. точки, в  $k$ -рой  $q'(z_0) = 0$ ,  $q''(z_0) \neq 0$ , то асимптотич. значение  $I(\lambda)$  таково:

$$I(\lambda) \sim [-2\pi/\lambda q''(z_0)]^{1/2} f(z_0) e^{\lambda q(z_0)}, \quad \lambda \rightarrow \infty,$$

аналогично получают асимптотич. разложение интеграла  $I(\lambda)$  по степеням  $\lambda^{-1}$ .

П. м. можно применять и в многомерном случае. Напр., для кратного вещественного интеграла

$$I_n(\lambda) = \int \dots \int dx_1 \dots dx_n f(x) \exp[-\lambda q(x)],$$

имеющего простую стационарную точку  $x_0 = \{x_{10}, \dots, x_{n0}\}$ , и для ф-ции  $f(x)$ , регулярной вблизи  $x_0$ , асимптотич. оценка имеет вид

$$I_n(\lambda) \sim f(x_0) e^{-\lambda q(x_0)} (2\pi/\lambda)^{n/2} |\det(\partial^2 q/\partial x_i \partial x_j)|^{1/2}, \quad x = x_0$$

Возможность перехода к эталонному интегралу в случае многомерной перевальной точки определяется леммой Морса, в соответствии с  $k$ -рой в окрестности невырожденной перевальной точки существует такая система локальных координат  $z_1, \dots, z_n$ , что  $f(z) = f(0) + z_1^2 + \dots + z_n^2$ . В тех случаях, когда при замене переменных возникают особенности, структуру эталонных интегралов определяют методами теории дифференцируемых отображений (см. Катастроф теория).

П. м. зачастую является единств. средством оценки интегралов, его применяют в разл. задачах матем. и статистической физики, распространения и рассеяния волн, диффузии и теплопроводности, при исследовании специальных функций, интегральных преобразований и др.

Лит.: Джеффрис Г., Свирлс Б., Методы математической физики, пер. с англ., в. 3, М., 1970, гл. 17; Федорук М. В., Метод перевала, М., 1977; Фелсен Л., Маркувиц Н., Излучение и рассеяние волн, пер. с англ., т. 1, М., 1978, гл. 4; Олвер Ф., Введение в асимптотические методы и специальные функции, пер. с англ., М., 1978. В. Е. Рокотян.

**ПЕРЕГРЁВ** — 1) нагрев пара выше температуры насыщения  $T_{\text{нас}}$  при заданном давлении. С увеличением П. ( $T - T_{\text{нас}}$ ) пар становится всё более ненасыщенным. Перегретый водяной пар широко применяется в теплотехнике, в частности на тепловых электростанциях.

2) Нагрев конденсиров. фазы до темп-ры, превышающей темп-ру равновесия с др. фазой, так что исходная фаза оказывается в метастабильном состоянии. Пределный П. соответствует с н о д а л и — границе термодинамич. устойчивости однородной системы [условие  $(\partial P/\partial V)_T = 0$ ]. Жидкости удаётся перегреть значительно выше темп-ры равновесия с паром  $T_{\text{нас}}$ . П. можно достичь не только повышением  $T$ , но и уменьшением внеш. давления  $P$  ниже  $P_{\text{нас}}(T)$ . Существование П. жидкости обеспечивает конечную скорость парообразования. Однако парообразование затруднено, если нет открытой поверхности и парогазовых пузырьков в объёме и на стенках. Гомогенное (флуктуац.) появление зародышей с заметной частотой происходит только при достаточно большом П. ( $T - T_{\text{нас}}$ ) или ( $P_{\text{нас}} - P$ ). На рис. кружками отмечены эксперим. значения  $T$  для гомогенного вскипания аргона при изобарич. нагреве в стеклянной трубке: 1 — линия насыщения,  $K$  — критическая точка, линия 2 соответствует ожидаемым П. по теории гомогенного зародышеобразования для условий опыта, 3 — спиномодаль.

Метастабильным состояниям отвечает П. низкотемпературной фазы при полиморфных превращениях. П. можно наблюдать при переходе сверхпроводник — нормальный металл в магн. поле.

