

Первым типом Р. н. в., теоретически предсказанным и детально исследованным в плазме в 1962, является неустойчивость ленгмюровской волны. Р. н. в. лежит также в основе вынужденного комбинац. рассеяния (см. подробнее *Вынужденное рассеяние света, Параметрические неустойчивости*).

РАСПЛЫВАНИЕ ПАКЕТА — см. *Волновой пакет*. **РАСПРЕДЕЛЕНИЕ** — осн. понятие *вероятностей теории и матем. статистики*. Р. полностью характеризует случайную величину. Пусть x — дискретная случайная величина, принимающая (конечное или бесконечное) счётное множество значений $\{x_n\}$. Если вероятность реализации значения x_n равна P_n , т. е. $P(x = x_n) = P_n$, то множество значений вероятностей P_n наз. дискретным Р. вероятности. Вероятности P_n удовлетворяют условиям $P_n > 0$, $\sum_n P_n = 1$. Предпо-

ложим, что вероятность рассеяния частицы на мишени равна p . Тогда регистрируемое число рассеянных частиц n — дискретная случайная величина, Р. к-рой является *биномиальным распределением*:

$$P_n = N! p^n (1-p)^{N-n} / n!(N-n)!,$$

где N — число частиц, брошенных на мишень.

Пусть теперь x — непрерывная случайная величина, принимающая любое значение из интервала $[x_{\min}, x_{\max}]$. Если вероятность реализации значения $x < x'$ равна $F(x')$, т. е. $F(x') = P(x < x')$, то $F(x)$ наз. *ф-цией распределения*, а $f(x)$, определяемая равенством

$$f(x') = \int_{x_{\min}}^{x'} dx f(x),$$

наз. *ф-цией плотности вероятности* или просто Р. Из определения $F(x)$ следует, что

$$F(x_{\min}) = 0, \quad F(x_{\max}) = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} dx f(x) = 1,$$

$$f(x) dx = F(x+dx) - F(x),$$

т. е. $f(x)$ имеет смысл плотности вероятности на единицу длины. Примером непрерывного Р. является *Максвелла распределение* по скоростям v_x, v_y, v_z частиц макроскопич. системы, находящейся в статистич. равновесии:

$$f(v_x, v_y, v_z) = (m/2\pi kT)^{3/2} \exp \left[-m \left(\frac{v_x^2}{2} + \frac{v_y^2}{2} + \frac{v_z^2}{2} \right) / 2kT \right],$$

где m — масса частицы, T — абс. темп-ра. Это Р. является частным случаем многомерного *Гаусса распределения*.

Наряду с *ф-цией плотности вероятности* часто используют её *фурье-преобразование*, наз. *характеристической функцией* Φ случайной величины; для дискретной величины

$$\Phi(t) = M \exp(itx_n) \equiv \sum_n P_n \exp(itx_n),$$

для непрерывной величины

$$\Phi(t) = M \exp(itx) \equiv \int dx f(x) \exp(itx),$$

где M — матем. ожидание. *Характеристич. ф-ция* полностью определяет Р. случайной величины и часто является более удобным средством её описания. Для дискретной случайной величины x_n с помощью замены $Z = \exp(it)$ часто переходят от характеристич. ф-ции к производящей ф-ции (см. *Производящий функционал*):

$$G(Z) = MZ^n = \sum_n P_n Z^n.$$

Др. способом описания случайной величины является задание её *моментов*

$$\mu'_n = Mx^n \equiv \begin{cases} \sum_i x_i^n P_i, \\ \int dx f(x) x^n \end{cases}$$

или *центральных моментов*

$$\mu_n = M(x - Mx)^n.$$

При довольно общих предположениях набор моментов полностью определяет Р. Приведём нек-рые Р., часто используемые в физике и матем. статистике (см. также *Коши распределение, Полиномиальное распределение, Пуассона распределение, Устойчивые распределения*).

Отрицательное биномиальное распределение (распределение Паскаля). Это Р. даёт вероятность затраты r попыток для достижения m успешных попыток. Если p — вероятность успешной попытки, то вероятность r равна

$$P(r) = (r-1)! p^m (1-p)^{r-m} / (m-1)! (r-m)!,$$

ср. значение

$$Mr = m/p,$$

дисперсия

$$Dr = m(1-p)/p^2,$$

производящая ф-ция

$$G(Z) = \left(\frac{pZ}{1-(1-p)Z} \right)^m.$$

χ^2 -распределение. Пусть y_i — независимые случайные величины, подчиняющиеся нормальному Р. с нулевым ср. значением и единичной дисперсией,

и пусть $\chi^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2$. Тогда ф-ция плотности вероятности

$$x = \chi^2, \quad f(x) = (x/2)^{n/2-1} \exp(-x/2) / 2\Gamma(n/2),$$

ср. значение

$$Mx = n,$$

дисперсия

$$Dx = 2n,$$

характеристич. ф-ция

$$\Phi(t) = (1-2it)^{-n/2}.$$

Величину n наз. *числом степеней свободы*. Если x_n и x_m имеют независимые χ^2 -распределения с n и m степенями свободы соответственно, то сумма $x_k = x_{(n)} + x_{(m)}$ имеет χ^2 -распределение с $k = n + m$ степенями свободы. При $n > 30$ χ^2 -распределение близко к нормальному с теми же ср. значением и дисперсией. Если независимые величины y_i принадлежат нормальному Р. со средними μ_i и единичными дисперсиями, то x имеет нецентральное χ^2 -распределение с n степенями свободы, к-рое обозначают $\chi^2(n, \Delta)$, где

$\Delta = \sum_{i=1}^n \mu_i^2$ — параметр нецентральности. *Характеристич. ф-ция* $\chi^2(n, \Delta)$ равна

$$\Phi(t) = \exp [i\Delta t / (1-2it)] / (1-2it)^{n/2}.$$

χ^2 -распределение находит широкое применение в проверке *статистических гипотез*.

Распределение Стюдента, *t-распределение*. Пусть $y_i, i = 1, \dots, n$ — случайные величины, имеющие нормальные Р. со средним μ и дисперсией σ^2 , тогда величина

$$t = n^{1/2}(\bar{y} - \mu) / s,$$