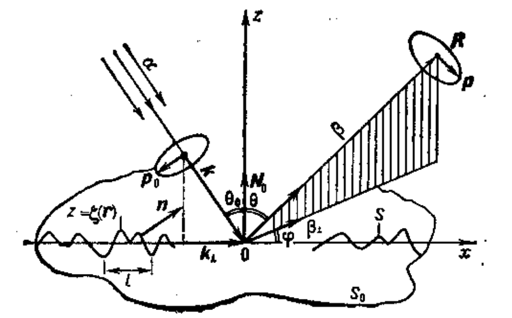

Отклонения неровной поверхности S (рис.) от ср. плоскости $z = 0$ описываются случайной ф-цией $z = \xi(\boldsymbol{r})$, где $\boldsymbol{r} = (x, y)$, усреднение по ансамблю реализаций этой ф-ции обозначается $\langle\ldots\rangle$. Скалярное волновое поле $U(\boldsymbol{R}, t)$, $\boldsymbol{R} = (\boldsymbol{r}, z)$ (либо любая компонента векторного) в результате Р. в. на с. п. также становится случайным и может быть представлено в виде суммы среднего (когерентного) поля $\langle U\rangle$ и флуктуационного (некогерентного) поля u. Для описания Р. в. на с. п. в качестве первичного поля достаточно, в силу принципа суперпозиции, рассмотреть плоскую монохроматич. волну $U_i = \exp[i(\mathbf{k}\boldsymbol{R} - \omega t)]$ с волновым вектором $\mathbf{k}$ и частотой ω, падающую из верх. полупространства под углом θ_0 на границу раздела двух сред. Ниже описываются только отражённые волны, рассеянные в верх. полупространство. Для решения задачи о Р. в. на с. п. используют след. приближённые методы.

Метод малых возмущений (ММВ) применяют для достаточно низких и пологих неровностей:

$$P=(2k\sigma\cos\theta_0)^2\ll 1,\quad \gamma_0^2=\langle(\nabla\xi)^2\rangle=\sigma^2/2l^2\ll 1.$$

Здесь P — параметр Рэлея, $\sigma^2 = \langle\xi^2\rangle$ — дисперсия высот неровностей, l — их радиус корреляции, γ_0^2 — дисперсия наклонов. При скользящем распространении ($\theta_0 \to \pi/2$) вместо P следует требовать малости параметра Фейнберга: $k\sigma^2/l \ll 1$. Рассеянное волновое поле U представляют в виде ряда $U = U_0 + u_1 + u_2 + \ldots$, где U_0 — отражённое (преломлённое) поле на плоской границе ($\xi = 0$), а $u_n \sim \xi^n$ — малые поправки к U_0. Если ограничиться только первыми двумя слагаемыми в ряде ММВ, то ср. поле $\langle U\rangle$ совпадает с невозмущённым U_0, а флуктуац. поле u — с однократно рассеянным полем u_1 (борновское приближение).

Рассеивающие свойства неровной поверхности характеризуют уд. эфф. поверхностью рассеяния $\tilde\sigma(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$, к-рая определяется как умноженное на 4π отношение ср. потока энергии флуктуац. поля u, рассеянного с единицы площади S_0 в единичный телесный угол в направлении $\boldsymbol{\beta}$, к плотности потока энергии в падающей волне, распространяющейся в направлении $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{k}/k$:

$$\tilde\sigma(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})=4\pi\langle|u(\boldsymbol{R})|^2\rangle R^2/|U_i|^2S_0=16\pi k^4Q(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})S_\xi(\boldsymbol{q}_\perp).\quad(1)$$

Здесь R — расстояние от центра рассеивающей площадки S_0 до точки наблюдения $\boldsymbol{R}$, находящейся в дальней зоне (зоне Фраунгофера); $\boldsymbol{q} = k(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\alpha})$ — вектор рассеяния, $\boldsymbol{q}_\perp$ — его проекция на плоскость $z = 0$, $S_\xi(\boldsymbol{q})$ — пространств. спектральная плотность неровностей, связанная преобразованием Фурье с их *корреляционной функцией* $W(\rho) = \langle\xi(\boldsymbol{r}+\boldsymbol{\rho})\xi(\boldsymbol{r})\rangle$, для пространственно однородной статистически неровной поверхности

$$S_\xi(\boldsymbol{q})=(2\pi)^{-2}\int d\boldsymbol{\rho}W(\boldsymbol{\rho})\exp(i\boldsymbol{q\rho}).$$

Явный вид не зависящего от параметров неровностей множителя $Q(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ определяется конкретными условиями. Напр., при рассеянии звука на абсолютно мягкой поверхности ($U|_S = 0$)

$$Q(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})=(\alpha_z\beta_z)^2=\cos^2\theta_0\cos^2\theta;$$

на абсолютно жёсткой поверхности ($\partial U/\partial n|_S = 0$)

$$Q(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})=(1-\boldsymbol{\alpha}_\perp\boldsymbol{\beta}_\perp)^2=(1-\sin\theta_0\sin\theta\cos\varphi)^2,$$

здесь φ — угол между плоскостью падения ($\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{N}_0$) и плоскостью рассеяния ($\boldsymbol{\beta}$, $\boldsymbol{N}_0$), $\boldsymbol{N}_0$ — орт вдоль оси Oz. При рассеянии эл.-магн. волны на идеально проводящей поверхности

$$Q(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})=[p_z\alpha_z(\boldsymbol{p}_0\boldsymbol{\beta})+p_{0z}\beta_z(\boldsymbol{p\alpha})+p_{0z}p_z(1-\boldsymbol{\alpha\beta})-\beta_z\alpha_z(\boldsymbol{p}_0\boldsymbol{p})]^2,$$

где $\boldsymbol{p}_0$, $\boldsymbol{p}$ — единичные векторы поляризации падающей волны и приёмника, ортогональные к направлениям распространения волн: $(\boldsymbol{p}_0\boldsymbol{\alpha}) = (\boldsymbol{p\beta}) = 0$. При обратном рассеянии $\boldsymbol{\beta} = -\boldsymbol{\alpha}$ (в радиолокации) на неровной границе раздела двух сред с диэлектрич. проницаемостями $\varepsilon_1 = 1$ и $\varepsilon_2 = \varepsilon$:

$$Q(\boldsymbol{\alpha},-\boldsymbol{\alpha})=(1/16)\{(\varepsilon-1)(1+V_\Gamma)[1+V_\Gamma(\boldsymbol{p}_0\boldsymbol{p})+(\varepsilon-1)\varepsilon^{-1}(1-V_\text{В}^2)p_zp_{0z}]\}^2.$$

Здесь $V_{\Gamma,\text{В}}(\theta_0)$ — коэф. отражения Френеля для горизонтальной (Г) и вертикальной (В) поляризации (см. *Френеля формулы*).

Р. в. на с. п. в борновском приближении, как следует из ф-лы (1), является резонансным: из направления $\boldsymbol{\alpha}$ в направление $\boldsymbol{\beta}$ рассеивает только одна пространств. гармоника из спектра $S_\xi(\boldsymbol{q}_\perp)$ неровностей поверхности, волновой вектор к-рой совпадает с проекцией вектора рассеяния $\boldsymbol{q}$ на плоскость $z = 0$.

Модифицированная теория возмущений (МТВ) учитывает при расчёте ср. поля $\langle U\rangle$ многократное рассеяние. Отражение ср. поля $\langle U\rangle$ от случайной поверхности происходит так же, как и от плоской границы раздела $z = 0$, но с эфф. поверхностным *импедансом* $\eta(\mathbf{k}_\perp)$, зависящим от длины волны λ и направления облучения, т. е. при Р. в. на с. п. имеет место *дисперсия пространственная*. Для абсолютно жёсткой поверхности $\eta(\mathbf{k}_\perp)$ выражается через интеграл по всем направлениям рассеяния $\boldsymbol{\beta}$ от величины $\tilde\sigma(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$, аналитически продолженной в область комплексных углов рассеяния θ ($\sin\theta = |\boldsymbol{\beta}_\perp| = |\varkappa|/k > 1$):

$$\eta(\mathbf{k}_\perp)=k^{-1}\int d\varkappa\varkappa_z^{-1}(k^2-\varkappa\mathbf{k}_\perp)^2S_\xi(\varkappa-\mathbf{k}_\perp)=$$

$$=(1/16\pi)\int d\boldsymbol{\beta}_\perp\beta_z^{-1}\tilde\sigma(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}),\quad(2)$$

где $\varkappa_z = \sqrt{k^2-\varkappa^2}$, $\beta_z = \sqrt{1-\beta_\perp^2}$ ($\mathrm{Im}\varkappa_z$, $\mathrm{Im}\beta_z \geqslant 0$). Активная часть импеданса $\mathrm{Re}\eta(\mathbf{k}_\perp)$ пропорциональна энергии, рассеянной во флуктуац. поле, и определяется интегралом (2) только по вещественным углам рассеяния ($|\boldsymbol{\beta}_\perp|$) $\leqslant 1$, рассеяние происходит в однородные уходящие от поверхности волны; реактивная часть $\mathrm{Im}\eta(\mathbf{k}_\perp)$ связана с рассеянием в неоднородные волны ($|\boldsymbol{\beta}_\perp| > 1$), ею обусловлены сдвиг фаз между падающей и отражённой волнами и замедление поверхностных волн, распространяющихся над шероховатой жёсткой поверхностью.

При рассеянии эл.-магн. волн статистически неровная поверхность по отношению к когерентному полю эквивалентна импедансной, вообще говоря, анизотропной плоскости, описываемой тензором поверхностного импенданса $\eta_{\mu\nu}$; μ, $\nu = x$, y, связывающего тангенц. компоненты ср. электрич. $\boldsymbol{E}$ и магн. $\boldsymbol{H}$ полей:

$$E_\mu=\eta_{\mu\nu}[\boldsymbol{N}_0\boldsymbol{H}]_\nu,$$