

ур-ния (2) в виде неограниченного пучка ($A \rightarrow 0$ при $|x|, |y| \rightarrow \infty$).

$$A = E_B(x, y) \exp(-iq_B z), \quad (4)$$

где E_B и q_B — собств. ф-ции и собств. числа пространственных мод нелинейного волновода. В кубичной нелинейной среде, когда $n_{\text{нл}} = n_0 |E|^2$, амплитудный профиль E_B описывается ур-нием, следующим из (2):

$$\Delta_1 E_B + 2kq_B E_B + 2kk_0 n_2 E_B^3 = 0. \quad (5)$$

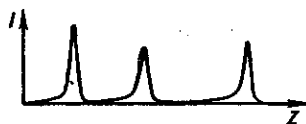
При распространении пучка в среде существует дискретный спектр нелинейных мод, каждая из которых несёт свою критич. мощность, начиная с которой пучок самофокусируется. Так, напр., низшая осесимметричная мода, имеющая колоколообразный амплитудный профиль, имеет критич. мощность

$$P_{\text{кр}} = 1,86c\lambda_0^2 / 32\pi^2 n_2, \quad (6)$$

к-рая не зависит от поперечного радиуса пучка a , прямо пропорциональна квадрату длины волны (чем меньше λ_0 , тем слабее дифракционная расходимость, тем при меньшей мощности начинается эффект самофокусировки) и обратно пропорциональна коэф. нелинейности n_2 .

С увеличением амплитуды поля E_0 нелинейный фокус смещается ко входу и вслед за первым фокусом возникает второй, третий и т. д. (рис. 1, а и рис. 2). Число фокусов растёт с увеличением мощности источника,

Рис. 2. Многофокусная самофокусировка пучка в среде с кубичной нелинейностью.



возникает многофокусная структура. В случае мощных коротких импульсов фокусы движутся очень быстро, с околосветовой скоростью.

В мощных пучках с $P_0 \gg P_{\text{кр}}$ нелинейная рефракция превалирует над дифракцией и для описания поведения пучка можно воспользоваться методом геом. оптики, представляя в (2) $A = (A_0 + k^{-1}A_1 + \dots) \exp(-iks)$ при $k \rightarrow \infty$ ($\lambda \rightarrow 0$). Тогда можно получить след. ур-ния:

$$\frac{ds}{dz} + \frac{1}{2}(\nabla_{\perp} s)^2 = n_2 A_0^2; \quad \frac{\partial A_0^2}{\partial z} + \nabla_{\perp} \left(A_0^2 \nabla_{\perp} s \right) = 0, \quad (7)$$

первое из которых — ур-ние эйконала в нелинейной среде, второе — ур-ние переноса излучения. Величина $\nabla_{\perp} s = \theta$ имеет простой смысл угла наклона элементарного луча к продольной оси z . Из (7) легко найти ур-ния для θ и A_0 , аналогичные ур-ниям гидродинамики. Ур-ния (7) имеют простое автомодельное решение для параболич. профиля пучка:

$$A_0 = E_0 a_0 [1 - z^2/a^2(z)] / a(z), \quad s = \varphi(z) + r^2 (da/dz) / 2a(z), \quad (8)$$

где поперечный радиус пучка уменьшается с расстоянием по закону

$$a(z) = a(0) (1 - z^2/f_{\text{нл}}^2)^{1/2}. \quad (9)$$

Видно, что траектории всех лучей подобны друг другу, они сходятся в одну точку, расположенную на расстоянии $z = f_{\text{нл}}$.

$$f_{\text{нл}} = a(0) \left(n_0/n_2 E_0^2 \right)^{1/2}. \quad (10)$$

По мере приближения к фокусу лучи всё более искривляются, а поле на оси неограниченно нарастает $A(0, z) \approx$

$\approx P_0/a^2(z)$. Пучок «схлопывается» (волновой коллапс). Это явление не устраняется даже с учётом дифракции и нелинейных aberrаций.

Картина нестационарной самофокусировки с учётом релаксации нелинейности описывается ур-нием

$$\gamma_p \frac{\partial n_{\text{нл}}}{\partial t} + n_{\text{нл}} = n_2 |A|^2. \quad (11)$$

Т. к. передняя часть импульса света не участвует в С. с., она распространяется как в линейной среде, испытывая только дифракцию, а средняя и задняя части импульса, испытывая ещё и нелинейную рефракцию, самофокусируются, образуя квазиволновод (рис. 3). Поле в квазиволноводе нарастает медленнее и ограничено

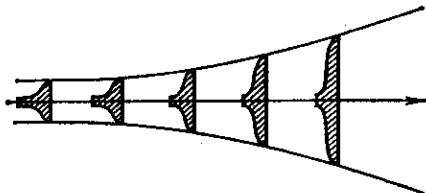


Рис. 3. Картина нестационарной самофокусировки короткого светового импульса. На переднем фронте нелинейный отклик ещё не установился и происходит линейное распространение импульса, задняя часть импульса сжимается за счёт нелинейной рефракции.

по величине (нет коллапса). На больших расстояниях из-за дифракционного распыливания передней части импульса длина квазиволновода сокращается вплоть до полного исчезновения.

Мощный световой пучок испытывает в самофокусирующей среде модуляц. неустойчивость, приводящую к т. н. мелкомасштабной С. с. Если в световой волне с амплитудой E_0 появляются пространственные флуктуации ρ (малые возмущения амплитуды и фазы)

$$E = E_0 \exp(-ik_0 n_2 E_0 z) + \rho, \quad (12)$$

то благодаря параметрич. неустойчивости амплитуда малых возмущений экспоненциально растёт с расстоянием $\rho \propto \exp \Gamma z$. Отд. пространственные фурье-компоненты $\rho = \rho_0 \cos(x/a) \cos(y/a)$ имеют разные инкременты $\Gamma = (1/ka)^{-1} [-1 + n_2 E_0^2 k^2 a^2 / n_0]^{1/2}$. Наиб. инкремент $\Gamma_{\text{макс}} = k_0 n_2 E_0^2 n_0$ имеют возмущения с поперечным масштабом модуляции $a_{\text{опт}} = (\lambda/2\pi)(n_0/n_2 E_0^2)^{1/2}$, поэтому пучок разбивается на отд. нити с радиусом $a_{\text{опт}}$. В нити с таким радиусом захватывается мощность порядка критической. В пучке происходит конкуренция самофокусировки пучка как целого на длине $f_{\text{нл}} = (1/2)a(n_0/n_2 E_0^2)^{1/2}$ и процесса распада пучка на отд. нити за счёт дифракции. Если профиль пучка достаточно гладкий, то мелкомасштабная структура не проявится на длине, равной $f_{\text{нл}}$.

Самофокусировка может развиваться и на квадратичной нелинейности при трёхволновом когерентном взаимодействии, когда частоты и волновые векторы связаны соотношениями $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ и $k_1 + k_2 = k_3$. В вырожденном по частоте случае генерация второй оптич. гармоники с учётом дифракции описывается двумя амплитудными ур-ниями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1}{\partial z} &= \frac{1}{2ik_1} \Delta_1 A_1 - i\gamma_2 A_2 A_1^* ; \\ \frac{\partial A_2}{\partial z} &= \frac{1}{2ik_2} \Delta_1 A_2 - i\gamma_2 A_1^2, \end{aligned} \quad (13)$$

где $\gamma_2 = 2\chi_2 \omega_1 / c\pi$ — коэф. нелинейности, χ_2 — нелинейная восприимчивость 2-го порядка.