



Рис. 1. Схематичное представление сжатых состояний электромагнитного поля на фазовой плоскости: а — произвольная ориентация эллипса сжатия; б — подавлены амплитудные флуктуации; в — подавлены фазовые флуктуации.

ного состояния, эллипсами — области неопределённости С. с. При соответствующей ориентации эллипса сжатия относительно регулярной составляющей поля возможно подавление как амплитудных (рис. 1,б), так и фазовых (рис. 1,в) флуктуаций.

В квантовой оптике напряжённость одномодового электрич. поля описывается оператором

$$\hat{E} = C[\hat{X} \sin(\omega t - kz) + \hat{Y} \cos(\omega t - kz)],$$

где  $\hat{X}$  и  $\hat{Y}$  — операторы квадратур:

$$\hat{X} = (a + a^+)/2, \quad \hat{Y} = (a - a^+)/i2,$$

$\omega$  — частота,  $k$  — волновое число,  $z$  — направление распространения излучения,  $C = \text{const}$ ,  $a$  и  $a^+$  — операторы уничтожения и рождения фотона. Операторы квадратур удовлетворяют коммутац. соотношению  $[\hat{X}, \hat{Y}] = i/2$ , а их дисперсии  $\sigma_X^2 = \langle \Delta \hat{X}^2 \rangle$ ,  $\sigma_Y^2 = \langle \Delta \hat{Y}^2 \rangle$  — соотношению неопределённости

$$\sigma_X^2 \sigma_Y^2 \geq 1/16,$$

$\Delta \hat{X} = \hat{X} - \langle \hat{X} \rangle$ ,  $\langle \hat{X} \rangle = \langle \psi | \hat{X} | \psi \rangle$ ,  $|\psi\rangle$  — вектор состояния поля,  $\langle \dots \rangle$  — квантовомеханич. усреднение. В когерентном и вакуумном состояниях  $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = 1/4$ . В квантовом С. с. флуктуации одной из квадратур, напр.,  $\sigma_X^2 < 1/4$ , тогда как  $\sigma_Y^2 > 1/4$  или наоборот.

В случае классич. флуктуаций операторы  $a$ ,  $a^+$  заменяются комплексными амплитудами  $A$ ,  $A^*$ , при этом квадратуры

$$X = (A + A^*)/2, \quad Y = (A - A^*)/i2.$$

При классич. сжатии  $\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$ .

Поля в С. с. являются периодически нестационарными [1], в чём легко убедиться, используя классич. описание. Полагая квадратуры некоррелированными, для ср. интенсивности поля имеем:

$$\langle E^2 \rangle = \left[ \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + (\sigma_Y^2 - \sigma_X^2) \cos 2(\omega t - kz) \right] / 2.$$

Методы получения сжатых состояний основываются на нелинейных радиофиз. и оптич. процессах. В оптике С. с. могут возникать в трёх- и четырёхчастотных параметрич. взаимодействиях (см. *Взаимодействие световых волн*), при генерации высших гармоник, в эффектах самовоздействия, комбинац. рассеянии, многофотонных процессах и т. п. Возможно также непосредств. создание высокостабильных лазерных источников излучения, в к-рых подавление квантовых флуктуаций осуществляется либо депрессией шумов накачки, либо введением отрицат. обратной связи.

Преобразование вакуумного или когерентного состояния, к-рому соответствуют операторы  $a$  и  $a^+$ , в сжатое (соответственно операторы  $b$  и  $b^+$ ) описывается операторным ур-нием в представлении Гейзенберга:

$$b = \mu a + \nu a^+, \quad b^+ = \mu^* a^+ + \nu^* a, \quad (1)$$

где  $\mu$  и  $\nu$  — постоянные, удовлетворяющие соотношению  $|\mu|^2 - |\nu|^2 = 1$ . Тогда дисперсии флуктуаций квадратурных компонент

$$\sigma_X^2 = |\mu - \nu|^2/4, \quad \sigma_Y^2 = |\mu + \nu|^2/4. \quad (2)$$

Преобразование вакуумного состояния в сжатое иначе можно записать как [2]:

$$|\alpha, \xi\rangle = D(\alpha)S(\xi)|0\rangle, \quad (3)$$

где  $|0\rangle$  — вектор вакуумного состояния, а  $D(\alpha)$  и  $S(\xi)$  — операторы смещения и сжатия:

$$D(\alpha) = \exp(\alpha a^+ - \alpha^* a), \quad (4)$$

$$S(\xi) = \exp\left(\frac{1}{2} \xi (a^+)^2 - \frac{1}{2} \xi^* a^2\right),$$

$\alpha$  и  $\xi$  — в общем случае комплексные числа.

Состояние  $|0_s\rangle = S(\xi)|0\rangle$  принято называть вакуумным С. с. ( $\alpha = 0$ ).

С. с. возникает, напр., при вырожденном параметрич. взаимодействии. В поле интенсивной классич. накачки параметрич. усиление слабого сигнала описывается ур-нием для операторов в представлении Гейзенберга:

$$da/dz = \beta a^+, \quad (5)$$

где  $\beta$  — комплексный коэф., зависящий от нелинейных свойств среды и амплитуды накачки. Решение (5) имеет вид:

$$a(z) = a_0 \text{ch } \Gamma z + e^{i\theta} a_0^+ \text{sh } \Gamma z, \quad (6)$$

где  $\Gamma = |\beta|$ ,  $\theta = \arg \beta$ , а операторы  $a_0$  и  $a_0^+$  — параметры на входе нелинейной среды.

Операторы квадратур преобразуются следующим образом:

$$\hat{X}(z) = (\text{ch } \Gamma z + \cos \theta \text{sh } \Gamma z) \hat{X}_0 + (\sin \theta \text{sh } \Gamma z) \hat{Y}_0, \quad (7)$$

$$\hat{Y}(z) = (\text{ch } \Gamma z - \cos \theta \text{sh } \Gamma z) \hat{Y}_0 + (\sin \theta \text{sh } \Gamma z) \hat{X}_0.$$

Аналогичные соотношения получаются и при полностью классическом описании параметрич. усиления (с заменой операторов комплексными амплитудами). Согласно (7), дисперсии квадратур при  $\theta = 0$

$$\sigma_X^2(z) = \sigma_X^2(0) e^{2\Gamma z}, \quad \sigma_Y^2(z) = \sigma_Y^2(0) e^{-2\Gamma z}, \quad (8a)$$

а при  $\theta = \pi$

$$\sigma_X^2(z) = \sigma_X^2(0) e^{-2\Gamma z}, \quad \sigma_Y^2(z) = \sigma_Y^2(0) e^{2\Gamma z}. \quad (8б)$$

Поведение квадратур, т. о., существенно зависит от фазы накачки  $\theta$ . Фазовая селективность рассматриваемого параметрич. процесса — важнейшая его особенность, исследованная в радиодиапазоне в нач. 1960-х гг. [4]. Тогда же были продемонстрированы возможности управления статистич. характеристиками эл.-магн. полей, снижения уровня фазовых флуктуаций, улучшения характеристик систем выделения сигнала из шума. Действительно, при соответствующей ориентации эллипса сжатия на фазовой плоскости, регулируемой выбором фазы накачки, подавление флуктуаций квадратуры приводит к снижению фазовых флуктуаций. Это просто показать на примере классич. С. с. Пусть напряжённость поля (эллипс ориентирован вдоль оси  $X$ )

$$E = \langle X \rangle + \Delta X \sin(\omega t - kz) + \Delta Y \cos(\omega t - kz) \quad (9)$$

или

$$E = \rho \cos \varphi,$$