содержащее произвольный комплексный параметр $\mathbf{v}$, описывает устойчивый двумерный С. (т. н. л а м п), движущийся со скоростью $v = (v_x, v_y)$, $v_x = 3|\mathbf{v}|^2$, $v_y = -6\mathrm{Im}\,\mathbf{v}$. При $(x^2+y^2) \to \infty$ решение (13) убывает как $(x^2+y^2)^{-1}$, т. е., в отличие от одномерных С. (4), (8), (10), (11), характеризующихся экспоненциальным спадом профиля при $|x| \to \infty$, двумерный С. (13) имеет степенную асимптотику. Столкновения любого числа лампов (13) являются чисто упругими, причём, в отличие от одномерных С., фазовые сдвиги тождественно равны нулю.

Понятие С. можно обобщить и на случай неинтегрируемых нелинейных волновых ур-ний. Сюда можно отнести п о ч т и и н т е г р и р у е м ы е с и с т е м ы, отличающиеся от универсальных интегрируемых ур-ний малыми возмущающими членами, что имеет место в реальных физ. системах. Теория возмущений для почти интегрируемых систем также основана на методе обратной задачи рассеяния [Д. Кауп (D. Kaup), 1976; В. И. Карпман и Е. М. Маслов, 1977]. В почти интегрируемых системах динамика С. более богата; в частности, малые возмущения могут порождать неупругие взаимодействия С. и многосолитонные эффекты, отсутствующие в точно интегрируемом случае.

В системах, далёких от точно интегрируемых, взаимодействия С. оказываются глубоко неупругими. Так, неинтегрируемое релятивистски инвариантное волновое ур-ние

$$\Phi_{tt}-\Phi_{xx}-\frac{1}{2}\Phi+\frac{1}{2}\Phi^3=0,$$

описывающее, напр., динамику параметра порядка при фазовых переходах типа смещения в сегнетоэлектриках, имеет точное устойчивое решение типа кинка:

$$\Phi_{\text{к}}=\mathrm{th}\left[-\frac{\sigma}{2}(x-vt)(1-v^2)^{-1/2}\right],\quad \sigma=\pm 1. \qquad (14)$$

Численное исследование показывает, что столкновение двух кинков (14) с разл. топологич. зарядом σ может приводить к аннигиляции этих С. в квазилинейные волны (излучение).

Примером С. в неинтегрируемой трёхмерной системе является т. н. с к и р м и о н — солитон *Скирма модели*, хорошо описывающей низкоэнергетич. динамику нуклонов.

Нелинейное ур-ние Шрёдингера более общего вида, чем (7),

$$iu_t+\Delta u+|u|^{2n}u=0, \qquad (15)$$

где Δ — *Лапласа оператор*, действующий в пространстве произвольной размерности D, а n — произвольное положит. число, также может иметь солитонное решение (это ур-ние интегрируемо лишь в случае $n=1$, $D=1$). Такой С. может быть устойчив лишь при $nD<2$; в обратном случае он оказывается неустойчивым относительно *волнового коллапса* (см. *Солитон в плазме*).

Лит.: Р е б б и К., Солитоны, пер. с англ., «УФН», 1980, т. 130, в. 2, с. 329; Теория солитонов. Метод обратной задачи, М., 1980; Солитоны в действии, под ред. К. Лонгрена, Э. Скотта, пер. с англ., М., 1981; Л э м Д ж. Л., Введение в теорию солитонов, пер. с англ., М., 1983; Солитоны, под ред. Р. Буллафа, Ф. Кодри, пер. с англ., М., 1983; К о с е в и ч А. М., И в а н о в Б. А., К о в а л е в А. С., Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны, К., 1983; Д а в ы д о в А. С., Солитоны в молекулярных системах, К., 1984; К а л о д ж е р о Ф., Д е г а с п е р и с А., Спектральные преобразования и солитоны. Методы решения и исследования нелинейных эволюционных уравнений, пер. с англ., М., 1985; Р а д ж а р а м а н Р., Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля, пер. с англ., М., 1985; Т а х т а д ж я н Л. А., Ф а д д е е в Л. Д., Гамильтонов подход в теории солитонов, М., 1986; А б д у л л а е в Ф. Х., Х а б и б у л л а е в П. К., Динамика солитонов в неоднородных конденсированных средах, Таш., 1986; Ф и л и п п о в А. Т., Многоликий солитон, М., 1986; А б л о в и ц М. Д ж., С и г у р Х., Солитоны и метод обратной задачи, пер. с англ., М., 1987; Solitons, ed. by S. E. Trullinger, V. E. Zakharov, V. L. Pokrovsky, Amst., 1986; K i v s h a r Y u. S., M a l o m e d B. A., Dynamics of solitons in nearly integrale systems, «Rev. Mod. Phys.», 1989, v. 61, p. 763.

В. Е. Захаров, Б. А. Маломед.

СОЛИТОН в к в а н т о в о й т е о р и и п о л я — устойчивое нетривиальное классич. решение ур-ний квантовой теории поля. Такой объект изучают с нач. 1970-х гг., когда среди решений ур-ний, инвариантных относительно *Лоренца преобразований*, были найдены С. Примерами являются *синус-Гордона уравнение* и нелинейное волновое ур-ние Клейна — Гордона для *скалярного поля* φ

$$\varphi_{tt}-\varphi_{xx}-\varphi+\varphi^3=0 \qquad (1)$$

(см. *Солитон*). Здесь φ_{tt} и φ_{xx} — вторые производные соответственно по времени и по координате. Энергия $\mathscr{E}$ и импульс p, соответствующие таким солитонным решениям, связаны соотношением $\mathscr{E}^2=p^2+M_{\text{с}}^2$ (здесь и далее полагается $c=1$), где $M_{\text{с}}$ — масса или энергия С. в системе покоя. Исследование процессов рассеяния классических С. указывает на их сходство с аналогич. процессами в физике элементарных частиц — адронов.

Формально в квантовой теории поля С. появляется как решение, обеспечивающее локальные минимумы действия. Квантовый подход к С. требует проведения процедуры квантования флуктуаций вокруг классич. решений (квазиклассич. приближение). При этом возникает проблема квантования нулевых мод, т. е. полевых конфигураций, возникающих при всевозможных трансляциях, поворотах и др. преобразованиях над солитонными решениями, при к-рых не изменяется энергия С. В отличие от ненулевых, нулевые моды не являются малыми отклонениями от классич. солитонного решения и должны быть учтены точно. Процедура квантования с учётом нулевых мод состоит в применении метода коллективных координат для получения хорошо определённого функционального интеграла (интеграла по путям) в пространстве полевых конфигураций.

Для нек-рых вполне интегрируемых ур-ний, напр. для ур-ния синус-Гордона, удаётся получить точное квантовое решение для *матрицы рассеяния* (S-матрицы) С. При этом, как и в классич. теории, для таких систем взаимодействие С. не приводит к дополнит. рождению частиц, т. е. является упругим, а S-матрица многочастичных процессов обладает свойством факторизуемости, т. е. представима в виде произведений S-матриц различных парных процессов.

С. в квантовой теории поля можно разделить на два класса — *топологические солитоны* и нетопологические. Среди топологич. С. (устойчивость к-рых определяется существованием нек-рых квантовых чисел — *топологических зарядов*, связанных с глобальными характеристиками решений) следует отметить С. типа «ёж». Так, для эффективной киральной (см. *Киральная симметрия*) теории π-мезонного поля с лагранжианом

$$L=\frac{F_\pi^2}{16}\mathrm{Tr}(\partial_\mu U^+\partial_\mu U)+\frac{1}{32e^2}\mathrm{Tr}[U^+\partial_\mu U, U^+\partial_\nu U]^2, \qquad (2)$$

где U — унимодулярная матрица 2×2, F_π и e — параметры теории, существует солитонное решение типа «ёж» (скирмион) $U=\exp\{if(r)\mathbf{n}\boldsymbol{\tau}\}$, где $\mathbf{n}=\mathbf{r}/r$ ($\mathbf{r}$ — координата), $\boldsymbol{\tau}$ — *Паули матрицы* и $f(r)$ — ф-ция, определяемая ур-ниями движения с граничными значениями, подчиняющимися условию целочисленности величины $B=[f(0)-f(\infty)]/\pi$, $B=0, +1, +2, \ldots$, являющейся топологич. зарядом (см. также *Скирма модель*). Значение B при этом отождествляется с барионным числом. Имеются аргументы в пользу того, что квантовый скирмион, построенный на основе ур-ния (1) для бозонных полей, может быть фермионом, т. е. подчиняться статистике Ферми—Дирака. Заметим, что в теории скалярного поля, подчиняющегося ур-нию синус-Гордона, оператор солитонного поля также является фермиевским, т. е. подчиняется антикоммутац.