

Т. о., С. ф. детектора, равномерно освещаемого светом пост. интенсивности, совпадает со статистикой *дробового шума*.

Если интенсивность излучения флуктуирует во времени и пространстве (т. е. сама является случайным процессом), выражение для распределения фотоотсчетов включает в себя усреднение по этим флуктуациям с помощью распределения энергии излучения  $P(Q)$ :

$$P_m(t, T) = \int_0^\infty P(Q)(m!)^{-1}(\eta Q/\hbar\omega)^m \exp(-\eta Q/\hbar\omega) dQ. \quad (3)$$

Факториальные моменты распределения (3) определяются моментами распределения  $P(Q)$ :

$$\begin{aligned} \langle m(m-1) \dots (m-k+1) \rangle &= (\eta/\hbar\omega)^k \langle Q^k \rangle \equiv \\ &= (\eta/\hbar\omega)^k \int_0^\infty P(Q) Q^k dQ, \end{aligned}$$

и дисперсия числа отсчетов  $\langle \Delta m^2 \rangle$  в этом случае больше ср. значения  $\langle m \rangle$ , т. е. распределение  $P_m(t, T)$  с уперпуассоновское. Отличие распределения (3) от пуассоновского содержит информацию о характере распределения энергии света  $P(Q)$  и поэтому представляет практич. ценность. Наиб. информативности достигают, когда приёмная площадка счётчика меньше площади когерентности излучения, а время измерения  $T$  не превосходит времени когерентности. Тогда энергия  $Q$  практически совпадает (с точностью до множителя) с мгновенным значением интенсивности  $Q \approx ITS$ , и распределение фотоотсчетов содержит распределение интенсивности излучения  $P(I)$ :

$$P_m(T) = \int_0^\infty P(I)(m!)^{-1}(\eta ITS/\hbar\omega)^m \exp(-\eta ITS/\hbar\omega) dI. \quad (4)$$

Соотношение (4) используется на практике для анализа распределения интенсивности света  $P(I)$  по данным о распределении фотоотсчетов. В частности, моменты распределения интенсивности рассчитываются по величинам факториальных моментов распределения отсчетов  $P_m(T)$ :

$$\langle I^k \rangle \equiv \int_0^\infty P(I) I^k dI = \langle m(m-1) \dots (m-k+1) \rangle (\hbar\omega/\eta TS)^k.$$

Хотя полное восстановление распределения интенсивности света по данным о распределении фотоотсчетов проблематично из-за неизбежных погрешностей измерения  $P_m(T)$ , взаимосвязь (4) пригодна для проверки разл. статистич. гипотез о  $P(I)$ .

Если фоточувствит. площадка счётчика велика по сравнению с площадью когерентности излучения и (или) время измерения  $T$  больше времени когерентности, то это соответствует малым флуктуациям падающей энергии  $Q$  около своего ср. значения и С. ф. приближается к пуассоновской, независимо от свойств света.

Соотношения (1) — (4) связывают С. ф.  $P_m(t, T)$  со свойствами излучения, если применимо классич. описание света и можно говорить об интенсивности излучения и его энергии вне связи с процессом фотодетектирования. В этом пределе С. ф. не может быть субпуассоновской, т. е. дисперсия  $\langle \Delta m^2 \rangle$  не меньше ср. значения  $\langle m \rangle$ . Более общие квантовые соотношения, описывающие С. ф., снимают это ограничение. В квантовой оптике распределение фотоотсчетов связано с оператором плотности излучения  $\hat{\rho}$  через операторы положительной  $\hat{E}_+$  и отрицательной  $\hat{E}_-$  частотных частей электр. поля (см. *Когерентное состояние, Квантовая когерентность*) [5]:

$$\begin{aligned} P_m(t, T) = & \text{Sp} \left\{ \hat{\rho} \hat{N}(m!)^{-1} \left[ \eta \int_S \int_t^{t+T} \hat{E}_-(t', x, y) \hat{E}_+(t', x, y) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times dt' dx dy \right]^m \exp \left[ -\eta \int_S \int_t^{t+T} \hat{E}_-(t', x, y) \hat{E}_+(t', x, y) dt' dx dy \right] \right\}. \quad (5) \end{aligned}$$

Здесь Sp — след соответствующей матрицы, а оператор нормального упорядочения  $\hat{N}$  располагает операторы  $\hat{E}_-$  слева от оператора  $\hat{E}_+$ . В наиб. важном с практич. точки зрения случае, когда фоточувствит. площадка счётчика меньше площади когерентности излучения  $S_{\text{ког}}$ , а время  $T$  не превосходит времени когерентности  $T_{\text{ког}}$ , допустимо одномодовое описание светового поля в области счётчика и соотношение (5) принимает вид:

$$\begin{aligned} P_m(T) = & \text{Sp} \left[ \hat{\rho} \hat{N}(m!)^{-1} (\eta' \hat{a}^+ \hat{a}^-)^m \exp(-\eta' \hat{a}^+ \hat{a}^-) \right] \equiv \\ & \equiv \sum_{n \geq m} P_n [n! / m!(n-m)!] (\eta')^m (1-\eta')^{n-m}, \quad (6) \end{aligned}$$

где  $\hat{a}^+$  и  $\hat{a}^-$  — операторы рождения и уничтожения фотона в рассматриваемой моде, а оператор нормального упорядочения  $\hat{N}$  располагает  $\hat{a}^+$  слева от  $\hat{a}^-$ . Выражение (6) связывает распределение фотоотсчетов  $P_m(T)$  с квантовооптич. характеристикой излучения  $P_n \equiv \text{Sp}[\hat{\rho}|n\rangle\langle n|] \equiv \langle n|\hat{\rho}|n\rangle$  — распределением числа фотонов в объёме когерентности излучения  $T_{\text{ког}} S_{\text{ког}}$ . Эффективность детектирования  $\eta'$  в (6) отличается от физ. квантовой эффективности счётчика  $\eta$  множителем:  $\eta' = \eta TS / T_{\text{ког}} S_{\text{ког}}$ . Переход от квантовых соотношений к классич. пределу осуществляется заменой  $\hat{a}^+ \hat{a}^-$  на  $ITS_{\text{ког}} S_{\text{ког}}$ .

Когерентное излучение, наиб. близкое к классич. пределу, имеет пуассоновское распределение числа фотонов

$$P_n = \langle n \rangle^n e^{-\langle n \rangle} / n!$$

и распределение фотоотсчетов также пуассоновское:

$$P_m(T) = (\eta' \langle n \rangle)^m e^{-\eta' \langle n \rangle} / m!$$

со ср. числом отсчетов  $\langle m \rangle = \eta' \langle n \rangle$ .

Для света с заданным числом фотонов  $n_0$  распределение явно не классическое:  $P_n = \delta_{n, n_0}$  и распределение фотоотсчетов биномиальное:

$$P_m(T) = (\eta')^m (1-\eta')^{n_0-m} n_0! / m!(n_0-m)!, \quad m \leq n_0.$$

Такое распределение всегда субпуассоновское, поскольку его дисперсия  $\langle \Delta m^2 \rangle = \eta' (1-\eta') n_0$  меньше ср. числа отсчетов  $\langle m \rangle = \eta' n_0$ .

Для одномодового теплового поля вероятностное распределение задаётся степенным выражением (Бозе — Эйнштейна статистикой):

$$P_n = \langle n \rangle^n / (1 + \langle n \rangle)^{n+1};$$

распределение фотоотсчетов также степенное:

$$P_m(T) = (\eta' \langle n \rangle)^m / (1 + \eta' \langle n \rangle)^{m+1}$$

со средним  $\langle m \rangle = \eta' \langle n \rangle$ .

Т. о., измерение распределения фотоотсчетов  $P_m(T)$  позволяет восстанавливать распределение числа фотонов излучения  $P_n$ . Если квантовая эффективность счётчика высока  $\eta \approx 1$ , а  $S \approx S_{\text{ког}}$  и  $T \approx T_{\text{ког}}$ , то распределения  $P_n$  и  $P_m(T)$  мало отличаются друг от друга. Однако такие условия трудно реализовать из-за низких квантовых эффективностей счётчиков фотонов. В случае малых  $\eta$  восстановить  $P_n$  по распределению фотоотсчетов нетривиально вследствие ограниченной точности данных о  $P_m(T)$ , получаемых из измерений. Кроме того, задача усложняется др. погрешностями