ветствуют фактически 3 разл. компенсаторам [16]. Полные наборы полей, входящих в каждый из этих гравитационных $N=2$ супермультиплетов, можно найти в [15, 16].

Суперполевая $N=2$ супергравитация. Как и в случае $N=1$ С., было много попыток представить $N=2$ С. в суперпространстве. Эта задача была решена лишь в 1987. В стандартном суперпространстве

$$\{x^{\mu}, \theta^{\alpha i}, \bar{\theta}_i^{\dot{\alpha}}\} \tag{9}$$

(i — изотопич. индекс) связи на тензоры кручения были полностью найдены для $N=2$ С. и высших расширенных С. в [17]. Однако разрешение этих связей натолкнулось на значит. трудности. Обычное суперпространство оказалось неадекватным задаче, и вместо него понадобилось введение т. н. гармонического суперпространства. Именно в гармонич. суперпространстве, точнее в его аналитич. подпространстве, реализуется группа $N=2$ С. как группа общих преобразований координат и оказывается возможным построение версий $N=2$ С. в терминах суперполей без связей [18]. Гармонич. суперпространство получается из стандартного (9) добавлением двумерной сферы S^2 с гармониками $u_i^{\pm}$, $i=1, 2$, в качестве координат. Гармоники подчиняются условию $u^{+i}u_i^{-}=1$ и определены с точностью до фазы, $u_i^{\pm\prime}=e^{\pm i\alpha}u_i^{\pm}$. Далее, от спинорных переменных с открытым изотопич. индексом i (9) нужно перейти к переменным $\theta_{\alpha}^{\pm}=\theta_{\alpha}^{i}u_i^{\pm}$, $\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}^{\pm}=\theta_{\dot{\alpha}}^{i}u_i^{\pm}$ с открытым $U(1)$-индексом $^{\pm}$. Аналитическое $N=2$ суперпространство содержит спинорные переменные θ_{α}^{+}, $\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}^{+}$ и не содержит θ_{α}^{-}, $\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}^{-}$,

$$\{\zeta^M \equiv (x^{\mu}, \theta^{+\alpha}, \bar{\theta}^{+\dot{\alpha}}), u^{\pm}\},$$

и в нём реализуется $N=2$ суперсимметрия. Группа конформной $N=2$ С. есть группа

$$\begin{gathered}\delta\zeta^M=\lambda^M(\zeta, u),\\ \delta u_i^{+}=\lambda^{(+2)}(\zeta, u)u_i^{-},\ \delta u_i^{-}=0,\\ \delta\theta^{-\alpha}=\lambda^{-\alpha}(\zeta, u, \theta^{-}, \bar{\theta}^{-}),\ \delta\bar{\theta}^{-\dot{\alpha}}=\bar{\lambda}^{-\dot{\alpha}}(\zeta, u, \theta^{-}, \bar{\theta}^{-}),\end{gathered} \tag{10}$$

где λ^M, $\lambda^{(+2)}$, $\lambda^{-\alpha}$ — соответствующие калибровочные суперпараметры. Гравитац. суперполями теории оказываются суперреперы, возникшие в ковариантной гармонич. производной, аналитич. суперполя $H^{(+4)}(\zeta, u)$, $H^{(+2)M}(\zeta, u)$ и спинорные суперполя общего вида $H^{(+2)\hat{\alpha}-}(\zeta, u, \theta^{-}, \bar{\theta}^{-})$, где $\hat{\alpha}$ означает либо α, либо $\dot{\alpha}$. Эти суперполя с супергруппой (10) правильно описывают физ. поля конформной $N=2$ С.

Чтобы перейти к эйнштейновской $N=2$ С., следует компенсировать нек-рые из добавочных калибровочных инвариантностей, характерных для конформного случая. Это достигается введением соответствующих компенсирующих мультиплетов. Один из них описывается $N=2$ максвелловским суперполем, другой является супермультиплетом материи. Действие записывается как действие конформной $N=2$ С. Для компенсаторов, описываемых суперполями с наложением подходящей сторонней связи, воспроизводятся обсуждавшиеся выше версии $N=2$ С. с конечным числом вспомогат. полей [18]. Дефектом всех этих версий является то, что в них нельзя вводить самодействие физ. материальных полей общего вида. Однако, если выбрать в качестве компенсатора аналитич. суперполе, не ограниченное связями, q^{+}-гипермультиплет (см. *Суперпространство*), то возникает новая версия С., к-рая допускает самые общие самодействия (всегда можно построить нужную плотность) и тем самым имеет наибольшие шансы быть использованной в феноменологич. моделях. Характерное её свойство — бесконечное число вспомогат. полей.

Высшие ($N>2$) расширенные С. ещё далеки от завершения. Хотя для конформных С. с $N=3$, 4 вспомогат. поля известны (их конечный набор), геом. суперполевые формулировки этих С. пока не построены. В наиб. интересном случае эйнштейновских С. с $N\geqslant 3$ вспомогат. поля не найдены и формулировки вне массовой поверхности не известны. На массовой поверхности их формулировки существуют и на языке компонентных полей, и на языке суперполей [5, 19]. Практически все расширенные теории С. в пространстве 4 измерений допускают формулировку как теории $N=1$ С., но в пространстве большего числа измерений. Затем происходит компактификация до 4-мерного пространства-времени, в процессе к-рой отщепляется компактное многообразие. Группа его симметрий отождествляется с группой *внутренних симметрий* 4-мерного мира. Такая программа привела к всплеску интереса к теориям Калуцы — Клейна [19]. Наибольшее внимание привлекает $N=8$ С.

$N=8$ С. Как говорилось выше, $N=8$ — макс. значение N. На массовой поверхности $N=8$ теория описывает гравитон, гравитино, 28 векторных полей, 35 спинорных и 56 скалярных. Теория допускает наиб. простую формулировку в 11-мерном пространстве, где на «массовой поверхности» она описывает «гравитон» e_{μ}^{a}(μ, $a=1, \ldots, 11$), «гравитино» ψ_{μ}^{α} ($\alpha=1, \ldots, 32$) и «фотон» — антисимметричный тензор 3-го ранга $A_{\mu\nu\rho}$ [20]. При правильном учёте калибровочной инвариантности и ур-ний движения имеется 128 фермионных и 128 бозонных степеней свободы на массовой поверхности.

Действие выглядит достаточно просто, описание обозначений, 11-мерных матриц Дирака и т. д. см. в [5, 10, 20]. В обзоре [19] хорошо изложены тонкие моменты разл. способов компактификации с выделением 7-мерного многообразия.

Симметрия $N=8$ С. — ортогональная группа $O(8)$ — оказалась недостаточно широкой, чтобы вместить в себя прямое произведение цветовой группы *квантовой хромодинамики* на группу стандартной теории *электрослабого взаимодействия*, $SU(3)_c\times SU(2)\times U(1)$, блестяще подтверждённых экспериментом. К тому же группа $O(8)$ является группой глобальной симметрии. Однако в неё можно всё же поместить $SU(3)_c\times U(1)\times U(1)$. В принципе существуют изощрённые варианты $N=8$ С., в к-рых $O(8)$ является калибровочной, а 28 векторных полей становятся соответствующими *Янга — Миллса полями*. Основная нерешённая проблема моделей такого рода — присутствие большой космологич. постоянной.

Другой мыслимый путь появления калибровочной группы стандартной модели в рамках $N=8$ С. основан на наблюдении, что на массовой поверхности симметрия $O(8)$ расширяется до $SU(8)$ [21]. Более того, лагранжиан $N=8$ С. обладает нелинейной E_7 симметрией, 56 входящих в него скаляров описываются нелинейной сигма-моделью (см. *Сигма-модели*) на однородном пространстве группы E_7 с $SU(8)$ в качестве группы стабильности вакуума. Идея [21] состоит в том, чтобы сделать $SU(8)$ локальной введением 63 чисто калибровочных скалярных степеней свободы. При этом в лагранжиан необходимо ввести $SU(8)$-калибровочные векторные поля без кинетич. членов. На классич. (до квантования) уровне эти поля не распространяются, и после их исключения посредством ур-ний движения и выбора «унитарной» калибровки, в к-рой 63 калибровочных скаляра равны нулю, восстанавливается исходный лагранжиан. Однако после квантования эти калибровочные поля в принципе могли бы приобрести кинетич. члены за счёт *радиационных поправок*. Тогда локальная группа $SU(8)$ стала бы настоящей калибровочной группой и появилось бы естеств. место для $SU(3)_c\times SU(2)\times U(1)\subset SU(8)$.

Ультрафиолетовые расходимости расширенных С. не устраняются до конца. Хотя они и обращаются в ноль для диаграмм с небольшим числом петель, тем не менее для любого варианта С. находится число петель, при к-ром контрчлены оказываются возможными, так что на основе симметрийных соображений не удаётся сделать к.-л. заключений о конечности теории.

Опыт исследований по С. открыл новые горизонты и оказался весьма полезным, напр., в теории суперструны и её компактификаций. Отметим, что в точечном пределе