

ФРИДМАНА — РОБЕРТСОНА — УОКЕРА МЕТРИКА — нестационарная метрика четырёхмерного однородного и изотропного пространства-времени с 6-параметрической группой симметрий:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2)[1 + (k/4)(x^2 + y^2 + z^2)]^{-2}, \quad (*)$$

где $R(t)$ — произвольная ф-ция времени t , имеющая размерность длины; x, y, z — безразмерные пространств. координаты; $k = -1, 0, 1$.

Ф.—Р.—У. м. как решение ур-ний общей теории относительности была впервые найдена А. А. Фридманом в 1922 для случая $k=1$ и в 1924 для случая $k=-1$. Эти результаты были независимо повторены Ж. Леметром (G. Lemaitre) в 1927, после чего важный вклад в её строгий матем. вывод был внесён в 1929, 1933 Г. Робертсоном (H. P. Robertson), в т. ч. случай $k=0$, и в 1936 А. Уокером (A. G. Walker) с помощью методов теории групп для многообразия с максимально симметричными (т. е. однородными и изотропными в любой точке) подпространствами.

Метрика подпространства с координатами x, y, z для каждого t однородна и изотропна в любой точке x, y, z . Для **Ф.—Р.—У. м.** каждая траектория $(x, y, z) = \text{const}$ есть геодезическая линия, поэтому координаты t, x, y, z образуют *сопутствующую систему отсчёта*, к-рая в данном случае одновременно является и синхронной (см. *Синхронная система*). Время t есть *собственное время*, показываемое покоящимися часами в каждой точке пространства.

Когда для определения ф-ции $R(t)$ и значения k используют ур-ния Эйнштейна с неравным нулю тензором энергии-импульса материи, пространство-время с метрикой (*) наз. *космологической моделью Фридмана* (иногда, если учитывается космологич. постоянная, её наз. также моделью Леметра). Для материи с гидродинамич. тензором энергии-импульса

$$T_{\mu\nu} = (\varepsilon + p)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu},$$

где ε — плотность энергии, p — давление, u_μ — 4-скорость, условие макс. симметрии подпространства в модели Фридмана выполняется, если r и p — ф-ции только времени, а $u_1 = u_2 = u_3 = 0$. При $k = -1$ (открытая модель Фридмана) и $k = 0$ (плоская модель) объём трёхмерного пространства бесконечен, а при $k = 1$ (закрытая модель) он конечен и равен $2\pi^2 R^3$, хотя пространство не имеет границ. Ф-цию $R(t)$ наз. масштабным фактором, поскольку дифференциал собств. расстояния между любыми двумя точками модели пропорционален R :

$$dl = R(1 + kr^2/4)^{-1} dr,$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. При $k = +1$ после перехода к сферич. координатам и замены $\chi = 2 \arctg(r/2)$ **Ф.—Р.—У. м.** приводится к виду

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t)(d\chi^2 + \sin^2 \chi d\Omega^2),$$

$$d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2, \quad 0 \leq \chi \leq \pi,$$

а при $k = -1$ после замены $\chi = 2 \operatorname{arctg}(r/2)$ — к виду

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t)(d\chi^2 + \operatorname{sh}^2 \chi d\Omega^2),$$

$$0 \leq \chi < \infty.$$

Ф.—Р.—У. м. является основной для совр. космологи. т. к. наблюдаемая часть Вселенной приближённо описывается этой метрикой (с точностью до малых неоднородных возмущений). Из ур-ний для масштабного фактора следует, что в общем случае $dR/dt \neq 0$. Отсюда вытекает важнейшее предсказание о нестационарности однородной изотропной Вселенной, к-рое было подтверждено в 1929 открытием Э. Хабблом (Е. Р. Hubble) *красного смещения* галактик, пропорционального их расстоянию от нас.

Важными частными случаями **Ф.—Р.—У. м.** являются метрика Милна [$k = -1, R(t) = t$], описывающая *Минковского пространство-время* в нек-рых спец. координатах (не покрывающих всего многообразия), а также метрика де Ситтера первого рода [$k = +1, R(t) = cH_0^{-1} \operatorname{ch}(H_0 t)$], или

$k=0, R(t) \propto \exp(H_0 t)$, или $k = -1, R(t) = cH_0^{-1} \operatorname{sh}(H_0 t)$, где $H_0 = \text{const}$] и метрика де Ситтера второго рода [$k = -1, R(t) = cH_0^{-1} \cos(H_0 t)$], описывающие пространство-время пост. кривизны (см. *Де Ситтера пространство-время*).

Лит.: Зельдович Я. Б., Новиков И. Д., Строеие и эволюция Вселенной, М., 1975; Вайнберг С., Гравитация и космология, пер. с англ., М., 1975; Меллер К., Теория относительности, пер. с англ., М., 1975. И. К. Розгачёва, А. А. Старобинский.

ФРУАССАРА ОГРАНИЧЕНИЕ — ограничение на максимально возможный рост полных сечений σ , сильных взаимодействий адронов при высоких энергиях. Получено М. Фруассаром [1] в 1961 на основе *Мандельштама представления*. В 1966 А. Мартен [2] показал, что для справедливости **Ф. о.** достаточно, чтобы амплитуда упругого рассеяния была аналитич. ф-цией переданного импульса в более узкой области (названной позднее эллипсом Мартена), и в рамках аксиоматич. подхода доказал существование такой области (см. *Амплитуда рассеяния, Рассеяние микро-частиц, Аксиоматическая квантовая теория поля*). Результаты Мартена выявили значение **Ф. о.** как строгого следствия аксиом квантовой теории поля, в связи с чем его часто называют ограничением Фруассара — Мартена.

Ф. о. имеет вид

$$\sigma_t(s) \leq \pi m_\pi^{-2} \ln^2(s/s_0);$$

$s = (p_1 + p_2)^2$, p_1 и p_2 — 4-импульсы сталкивающихся частиц, m_π — масса π -мезона, s_0 — нек-рый неопредел. параметр. Появление массы π -мезона в **Ф. о.** связано с тем, что π -мезон как легчайший адрон определяет размеры области аналитич. амплитуды упругого рассеяния $F(s, t)$ по переданному импульсу t , $t = (p_1 - p_3)^2$, p_3 — 4-импульс частицы после столкновения. Ограничение выводится для $\operatorname{Im} F(s, 0)$, но по *оптической теореме* $\operatorname{Im} F(s, 0) \sim \sigma_t(s)$. **Ф. о.** показывает, что взаимодействие частиц в том случае, когда все частицы имеют ненулевую массу, обязательно быть короткодействующим (при изучении рассеяния адронов эл.-магн. взаимодействием можно пренебречь). Точный смысл этого утверждения состоит в том, что радиус взаимодействия R [по определению $\sigma_t(s) = \pi R^2(s)$], хотя и может неограниченно возрастать при $s \rightarrow \infty$, но только логарифмически. Радиус взаимодействия определяется числом парциальных сечений $\sigma_i(s)$, к-рые вносят существенный вклад в полное сечение. **Ф. о.** — следствие экспоненциального падения $\sigma_i(s)$, начиная с нек-рого $t \approx \sqrt{s} \ln s$. Присутствие в **Ф. о.** неопредел. константы s_0 приводит к тому, что формально это ограничение справедливо лишь для асимптотических (бесконечно высоких) энергий. Однако были получены и конечноэнергетич. аналоги **Ф. о.** [первый в 1970 Ф. Дж. Индурайном (F. J. Indurain)]. При выводе этих аналогов помимо общих принципов квантовой теории поля используется информация о низкоэнергетич. поведении амплитуды рассеяния. Знак равенства в **Ф. о.** может достигаться только в случае, когда процесс рассеяния при высоких энергиях оказывается чисто упругим. В общем случае аксиоматическая верх. граница для полных сечений определяется неравенством

$$\sigma_t(s) \leq (\sigma_{el}(s)/\sigma_t(s))(\pi/m_\pi^2) \ln^2(s/s_0);$$

$\sigma_{el}(s)$ — сечение упругого рассеяния. Вслед за **Ф. о.** были найдены аксиоматические ограничения на амплитуды упругих и неупругих процессов при высоких энергиях. Аналитичность амплитуды упругого рассеяния по энергии приводит к тому, что разность сечений двух процессов, связанных условием *перекрёстной симметрии*, напр. $\pi^+ p$ и $\pi^- p$, удовлетворяет более сильному ограничению, чем **Ф. о.**:

$$\sigma_{\pi^+ p} - \sigma_{\pi^- p} \leq C \ln(s/s_0),$$

где C — константа. Эксперим. данные свидетельствуют о том, что полные сечения адронов близки к своим верх. границам.

Лит.: 1) Froissart M., Asymptotic behavior and subtractions in the Mandelstam representation, «Phys. Rev.», 1961, v. 123, p. 1053; 2) Martin A., Extension of the axiomatic analyticity domain of scattering amplitudes by unitarity, I, II, «Nuovo Cim.», 1966, v. 42A, p. 930, v. 44A, p. 1219. Ю. С. Вернов.