Др. классич. примером является модель Рёслера (O. Rössler, 1976):

$$\dot{x}=-(y+z),\quad \dot{y}=x+\frac{1}{5}y,\quad \dot{z}=\frac{1}{5}+z(x-\mu). \tag{25}$$

Здесь странный аттрактор обнаруживается при $\mu>4{,}2$.

В дискретных отображениях стохастич. движения обнаружены во мн. моделях. Классическим является универсальное отображение Фейгенбаума (см. *Фейгенбаума универсальность*):

$$x_{n+1}=\Lambda x_n(1-x_n),\quad 0\leqslant\Lambda\leqslant 4, \tag{26}$$

отображающее отрезок $[0,1]$ в себя. Стохастич. поведение здесь наблюдается при $3{,}57<\Lambda\leqslant 4$.

Одномерное точечное отображение, порождающее хаос, приводилось выше (см. пример 1 в разделе I).

Примером двумерного сжимающего отображения является ротатор с трением, возбуждаемый периодич. толчками [ср. (13)—(15)]:

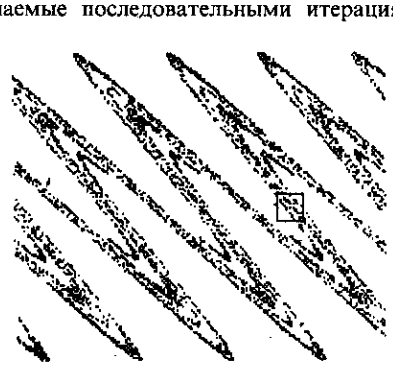
$$p_{n+1}=e^{-\gamma T}(p_n+K\sin x_n),\quad x_{n+1}=x_n+Ap_{n+1},\quad A=\frac{e^{\gamma T}-1}{\gamma}, \tag{27}$$

где γ — коэф. трения, T — период между толчками.

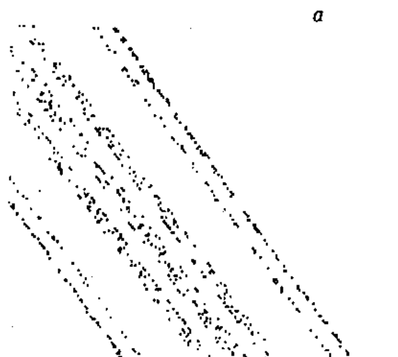
Сжатие фазового объёма за одну итерацию определяется равенством

$$\frac{\partial(p_{n+1},\ x_{n+1})}{\partial(p_n,\ x_n)}=e^{-\gamma T}. \tag{28}$$

Типичный фазовый портрет стохастич. аттрактора отображения (27) показан на рис. 10 (*а*), где нанесены точки (p_n, x_n), получаемые последовательными итерациями одной нач. точки (p_0, x_0), т. е. принадлежащие одной траектории. Аттрактор имеет канторову структуру в направлении, перпендикулярном к линиям. Это свойство видно из рис. 10 (*б*), где в увеличенном масштабе показана область, выделенная на рис. 10 (*а*) квадратом. Если на рис. 10 (*б*) взять малую область и также увеличить её, то структура отображения окажется той же, что и на рис. 10 (*б*).



а



б

Рис. 10.

См. также *Эргодическая теория*, *Стохастические колебания*, *Странный аттрактор*.

Лит.: Крылов Н. С., Работы по обоснованию статистической физики, М.—Л., 1950; Chirikov B. V., A universal instability of manydimensional oscillator systems, «Phys. Repts», 1979, v. 52, p. 265; Странные аттракторы, сб. ст., пер. с англ., М., 1981; Заславский Г. М., Стохастичность динамических систем, М., 1984; Лихтенберг А., Либерман М., Регулярная и стохастическая динамика, пер. с англ., М., 1984; Заславский Г. М., Сагдеев Р. З., Введение в нелинейную физику, М., 1988; Шустер Г. Г., Детерминированный хаос, пер. с англ., М., 1988; Ахромеева Т. С., Курдюмов С. П., Малинецкий Г. Г., Самарский А. А., Нестационарные структуры и диффузионный хаос, М., 1992.

Г. М. Заславский, Н. А. Кириченко.

ХАРАКТЕРИСТИ́ЧЕСКАЯ ФУ́НКЦИЯ в термодинамике — *функция состояния* независимых параметров (*параметров состояния*), определяющих состояние термодинамич. системы. К Х. ф. относятся *потенциалы термодинамические* и *энтропия*. Посредством Х. ф. и её производных по независимым параметрам (темп-ре, объёму и т. п.) могут быть выражены все термодинамич. свойства системы. Х. ф. аддитивна: Х. ф. системы равна сумме Х. ф. составляющих её частей.

ХАРАКТЕРИСТИ́ЧЕСКАЯ ФУ́НКЦИЯ случайной величины — *Фурье преобразование* ф-ции распределения этой *случайной величины*; удобный аналитич. объект для матем. исследований разл. свойств случайной величины.

Пусть ξ — случайная величина, $F(x)=P\{\xi<x\}$ — её ф-ция распределения. Ф-ция

$$f(t)=f_\xi(t)=\langle\exp it\xi\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}\exp(it\xi)\,dF \tag{1}$$

($t\in R$) наз. Х. ф. случайной величины ξ. В случае, когда случайная величина обладает плотностью распределения вероятностей $p(x)$, интеграл (1) принимает вид

$$f(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\exp(itx)\,p(x)\,dx.$$

Х. ф. $f(t)$ любой случайной величины обладает след. свойствами:

$f(0)=1$, $f(t)$ — непрерывна, $f(t)$ — положительно определена, т. е.

$$\sum_{i,\,j}f(t_i-t_j)z_iz_j^*\geqslant 0,$$

где $t_1, \ldots, t_s$ — произвольный конечный набор значений аргумента t, а $z_1, \ldots, z_s$ — произвольный набор комплексных чисел ($*$ — означает комплексное сопряжение). Указанные три свойства являются определяющими, а именно, для любой ф-ции $f(t)$, обладающей этими тремя свойствами, найдётся (и при этом лишь одна) ф-ция $F(x)$ распределения вероятностей значений нек-рой случайной величины ξ такая, что $f(t)$ представима в виде (1).

Справедливы равенства для моментов

$$m_n\equiv\langle\xi^n\rangle=(-i)^nf^{(n)}(0),$$

где $f^{(n)}(0)$ — производная ф-ции $f(t)$ порядка n.

В случае, когда у случайной величины существует k моментов m_n, $n=1, \ldots, k$ ($k\leqslant\infty$), $\ln f(t)$ по крайней мере k раз дифференцируем в малой окрестности точки $t=0$, его производные в этой точке

$$\left.\frac{d^k\ln f(t)}{dt^k}\right|_{t=0}$$

наз. семиинвариантами (*кумулянтами*) случайной величины.

Для двух независимых случайных величин ξ_1 и ξ_2 с Х. ф. $f_1(t)$ и $f_2(t)$, Х. ф. их суммы $\eta=\xi_1+\xi_2$

$$f_\eta(t)=f_1(t)f_2(t),\quad t\in R^1.$$

Это свойство чрезвычайно существенно в теории суммирования случайных величин. Из этого свойства следует, что при добавлении к случайной величине константы b, Х. ф.