

движения по отношению к инерциальной системе отсчёта. Ввиду этих свойств понятие о Ц. и. играет важную роль в динамике системы и твёрдого тела. С. М. Тарг.

ЦЕНТР МАСС — то же, что *центр инерции*.

ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ — геом. точка, неизменно связанная с твёрдым телом, через к-рую проходит равнодействующая всех сил тяжести, действующих на частицы тела при любом его положении в пространстве; она может не совпадать ни с одной из точек данного тела (напр., у кольца). Если свободное тело подвешивать на нити, прикрепляемой последовательно к разным точкам тела, то отмеченные нитью направления пересекутся в Ц. т. тела. Положение Ц. т. твёрдого тела в однородном поле тяжести совпадает с положением его *центра инерции*. Разбивая тело на части с весами p_k , для к-рых координаты x_k, y_k, z_k их Ц. т. известны, можно найти координаты x_c, y_c, z_c Ц. т. всего тела по ф-лам

$$x_c = \frac{\sum p_k x_k}{\sum p_k}, \quad y_c = \frac{\sum p_k y_k}{\sum p_k}, \quad z_c = \frac{\sum p_k z_k}{\sum p_k}.$$

Ц. т. однородного тела, имеющего центр симметрии (прямоуг. или круглая пластина, шар, цилиндр и др.), находится в этом центре.

ЦЕНТРАЛЬНАЯ ПРЕДЕЛЬНАЯ ТЕОРЕМА — одна из важнейших предельных теорем *вероятностей теории*, описывающая асимптотику при больших N распределения вероятностей суммы N случайных величин.

Наиб. просто Ц. п. т. формулируется для суммы

$$S_N = \xi_1 + \dots + \xi_N \quad (1)$$

N первых членов бесконечной последовательности независимых и одинаково распределённых случайных величин

$$\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots \quad (2)$$

в предположении, что существуют, по крайней мере, два первых момента у каждой величины:

$$m_1 = \langle \xi_n \rangle, \quad m_2 = \langle \xi_n^2 \rangle \quad (3)$$

(и эти моменты одинаковы для всех n). Согласно наиб. простой предельной теореме теории вероятностей — *большой чисел закону*, случайная величина

$$V_N = S_N - m_1 N \quad (4)$$

с вероятностью, близкой к единице, принимает значения порядка $o(N)$ при $N \rightarrow \infty$. Более точно это означает, что для любого $\epsilon > 0$ вероятность

$$P\{|V_N| < \epsilon N\} \rightarrow 1 \quad (5)$$

при $N \rightarrow \infty$.

Ц. п. т. значительно уточняет соотношение (5) при малых (по сравнению с N) значениях V_N : для любых конечных a и b вероятность того, что

$$a\sqrt{N} < V_N < b\sqrt{N}, \quad (6)$$

имеет асимптотику

$$P\{a\sqrt{N} < V_N < b\sqrt{N}\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_a^b \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) dx + o(1) \quad (7)$$

или, иначе говоря, вероятности конечных (порядка константы) значений величины $V_N/\sqrt{N}\sigma$ ($\sigma^2 = m_2^2 - m_1^2$ — дисперсия ξ_n) распределены прил. по стандартному нормальному гауссовскому закону (со средним 0 и дисперсией 1). Из (4) и (6) следует, что при больших N сумма S_N имеет вид

$$S_N \sim Nm_1 + \sigma \xi_0 \sqrt{N}, \quad (8)$$

где ξ_0 — стандартная нормальная случайная величина. Утверждение (7) называют обычно Ц. п. т. в интегральной форме. В нек-рых случаях удаётся установить не только асимптотику вероятности попадания значений V_N/\sqrt{N} на конечный интервал (a, b) , но и асимптотику

самих вероятностей этих значений (для случайных величин ξ_n с дискретным множеством значений) или асимптотику плотности их вероятностей $p_N(x)$ (для непрерывно распределённых ξ_n):

$$p_N \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right). \quad (9)$$

Утверждения этого типа [более тонкие, чем (7)] наз. локальными Ц. п. т. Следует подчеркнуть, что асимптотика (7) или (9) имеет смысл для конечных (порядка 1) значений V_N/\sqrt{N} . Вероятности значений V_N/\sqrt{N} порядка, растущего с N , а именно порядка N^α для $\alpha > 0$, описываются асимптотикой (7) очень грубо и нуждаются в более тонком оценивании. Соответствующие предельные теоремы в теории вероятностей наз. теоремами о больших отклонениях.

Условия (3) очень существенны. Предельная асимптотика для сумм вида (1), где ξ_n не имеют второго (а также первого) момента, задаётся совершенно другими (отличными от нормального распределения) законами, т. н. *устойчивыми распределениями*.

Укажем более общие ситуации, для к-рых остаётся верной Ц. п. т. (7) (или 9):

— в случае, когда величины $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots$ распределены не одинаково, и при условии, что у этих величин существуют оба первых момента (3), а также при дополнит. условии нек-рой равномерности (условие Линдеберга, см. [1]);

— если требование независимости величин $\xi_i, i=1, 2, \dots$ нарушено, но сохраняется в определ. смысле «слабая» зависимость «далеко отстоящих» друг от друга величин ξ_i и ξ_j , когда $|i-j|$ — велико (более точно см. [2]);

— можно рассматривать не только последовательности случайных величин, но и более общие их совокупности, скажем, случайные поля $\{\xi_t, t \in Z^v\}$ на v -мерной решётке. Пусть выполнены условия (3) и величины ξ_t и $\xi_s, t, s \in Z^v$, при больших $|t-s|$ «слабо зависимы». Тогда для любого достаточно большого и «регулярного» конечного множества $\Lambda \subset Z^v$ суммы

$$S_\Lambda = \sum_{t \in \Lambda} [\xi_t - \langle \xi_t \rangle]$$

асимптотически имеют вид:

$$S_\Lambda = |\Lambda|^{1/2} \sigma_\Lambda \xi_0 + o(|\Lambda|^{1/2}), \quad \sigma_\Lambda = |\Lambda|^{-1} \sum_{t \in \Lambda} \sigma_t^2,$$

σ_t^2 — дисперсия ξ_t (см. [3]);

— кроме сумм величин из одной и той же бесконечной последовательности (2) можно рассматривать т. н. схему серий, т. е. бесконечную совокупность конечных последовательностей:

$$\left\{ \begin{array}{c} \xi_1^{(1)}, \dots, \xi_{n_1}^{(1)} \\ \dots \\ \dots \\ \xi_1^{(s)}, \dots, \xi_{n_s}^{(s)} \\ \dots \end{array} \right.$$

растущей длины, $n_s \rightarrow \infty, s \rightarrow \infty$. Тогда для суммы

$$S^k = \sum_{i=1}^{n_s} \xi_i^{(s)}$$

при определ. условиях также верна Ц. п. т.

Лит.: 1) Гнеденко Б. В., Курс теории вероятностей, 6 изд., М., 1988; 2) Ибрагимов И. А., Линник Ю. В., Независимые и стационарно связанные величины, М., 1965; 3) Нахапетян Б. С., Центральная предельная теорема для случайных полей, удовлетворяющих условию сильного перемешивания, в сб.: Многокомпонентные случайные системы, М., 1978, с. 276. Р. А. Минлос.

ЦЕНТРАЛЬНАЯ СИЛА — приложенная к материальному телу сила, линия действия к-рой при любом положении тела проходит через нек-рую определ. точку, наз. центром