

Уравнения эволюции звёзд

Обычно (для упрощения расчётов) звезда считается не вращающейся и сферически-симметричной. В процессе эволюции осн. масса звезды находится в состоянии гидростатич. равновесия, определяемого ур-нием

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = -\frac{Gm}{r^2}, \quad (1)$$

где $m = m(r)$ — масса, содержащаяся внутри радиуса r ,

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho, \quad (2)$$

ρ — плотность, $P(\rho, T)$ — давление, определяемое ур-нием состояния

$$P = \rho \mathfrak{R}T + \frac{aT^4}{3}. \quad (3)$$

Здесь первый член — давление газа, второй — излучения, \mathfrak{R} — газовая постоянная, a — постоянная плотности излучения, $a = 4\sigma/c$. Для звёзд массой $M < 1 M_{\odot}$ на ГП играют роль поправки к ур-нию состояния, связанные с неидеальностью вещества.

Распределение темп-ры определяется ур-нием энергии

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \left(\epsilon - \epsilon_{\nu} - \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{P}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) \quad (4)$$

(E — внутр. энергия единицы массы, ϵ_{ν} — скорость потери энергии единицей массы вещества за счёт нейтринного излучения), ур-ниями переноса тепла

$$L(r) = L_{rad} \equiv -\frac{4acT^3}{3\kappa\rho} 4\pi r^2 \frac{dT}{dr} \quad (5)$$

в зоне лучистого равновесия (κ — непрозрачность),

$$L(r) = L_{rad} + 4\pi r^2 F_c \quad (6)$$

в конвективной зоне и

$$\frac{dT}{dr} = \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_S \frac{dP}{dr}$$

в конвективном ядре с пост. энтропией S . Конвективный поток энергии F_c в оболочке рассчитывается по приближённой теории пути перемешивания (см. *Конвективная неустойчивость*).

Ур-ния равновесия решаются для граничных условий в центре ($r=0, L=0$ при $m=0$) и на уровне фотосферы, где оптическая толщина $\tau \approx 2/3$:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\odot}^4, \quad P_{\theta} = \frac{2GM}{3R^2\kappa}$$

при $m=M$. Последнее условие усложняется для звёзд на стадии красных сверхгигантов и гигантов, когда звезда имеет протяжённую оболочку небольшой плотности и большую светимость.

В процессе ядерного горения происходят медленное изменение хим. состава звезды и, как следствие, изменения всех её параметров. Осн. ур-ниями, описывающими эволюцию хим. состава, являются:

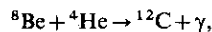
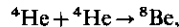
$$\begin{aligned} \frac{\partial X_H}{\partial t} &= -4m_p \left(\frac{\epsilon_{CNO}}{Q_{CNO}} + \frac{\epsilon_{pp}}{Q_{pp}} \right), \\ \frac{\partial X_{\alpha}}{\partial t} &= \frac{\partial X_H}{\partial t} \frac{3m_{\alpha}\epsilon_{3\alpha}}{Q_{3\alpha}} - \frac{m_{\alpha}\epsilon_{^{12}C\alpha}}{Q_{^{12}C\alpha}}, \\ \frac{\partial X_{^{12}C}}{\partial t} &= \frac{3m_{\alpha}\epsilon_{3\alpha}}{Q_{3\alpha}} - m_{^{12}C} \frac{\epsilon_{^{12}C\alpha}}{Q_{^{12}C\alpha}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь: m_p, m_{α} и $m_{^{12}C}$ — массы протона, α -частицы и углерода ^{12}C ; X_H, X_{α} и $X_{^{12}C}$ — содержания (по массе) водорода, гелия и ^{12}C ; ϵ и Q — скорость энерговыделения и энергетич. выход для соответствующих цепочек ядерных реакций (см. ниже). При расчётах поздних стадий эволюции массивных звёзд учитывают горение более тяжёлых элемен-

тов. У звёзд с массой меньше $\approx 1 M_{\odot}$ и центр. темп-рой T_c меньше $\approx 1,5 \cdot 10^7$ К осн. источником ядерной энергии являются реакции *водородного цикла* (pp-цикл). При больших массах и центр. темп-рах звёзд водород горит преим. в *углеродно-азотном цикле* (CNO-цикл). Ср. кол-во энергии, выделяющееся при синтезе одного ядра 4He (за вычетом энергии, уносимой нейтрино): в pp-цикле $Q_{pp} \approx 26,2$ МэВ, а в CNO-цикле $Q_{CNO} \approx 25$ МэВ. Соответствующие скорости энерговыделения:

$$\begin{aligned} \epsilon_{pp} &\approx 2,4 \cdot 10^4 \rho X_H^2 T_9^{-2/3} \exp(-3,4/T_9^{1/3}), \text{ эрг} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}; \\ \epsilon_{CNO} &\approx 2,2 \cdot 10^{25} \rho X_{^{12}C} X_H T_9^{-2/3} \exp(-15,2/T_9^{1/3}), \text{ эрг} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{с}^{-1} \end{aligned}$$

(T_9 — темп-ра в млрд. К, ρ в $\text{г}/\text{см}^3$). Появление конвективного ядра у звёзд с $M > 1 M_{\odot}$ на ГП связано с переходом от pp- к CNO-циклу, обладающему более резкой зависимостью скорости горения от темп-ры. Горение гелия протекает в т. н. 3 α -реакции — реакции слияния трёх ядер 4He :



$$\epsilon_{3\alpha} \approx 5,1 \cdot 10^8 \rho^2 X_{\alpha}^3 T_9^{-3} \exp(-4,4/T_9), \text{ эрг} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}.$$

3 α -реакция сопровождается реакцией $^{12}C(\alpha, \gamma)^{16}O$, к-рой соответствует

$$\epsilon_{^{12}C\alpha} \approx 3,9 \cdot 10^{24} X_{^{12}C} X_{\alpha} T_9^{-2/3} \exp(-32,1/T_9^{1/3}), \text{ эрг} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Выделение тепла при образовании одного ядра ^{12}C и ^{16}O соответственно равно $Q_{3\alpha} = 7,3$ МэВ, $Q_{^{12}C\alpha} = 7,2$ МэВ.

Построение модели звезды (см. также *Моделирование звёзд*) в момент t_n требует знания её состояния на предыдущем временном шаге численной модели t_{n-1} для нахождения скорости выделения гравитац. энергии

$$\frac{\partial E}{\partial t} - \frac{P}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{E_n - E_{n-1}}{\Delta t} - \left(\frac{P}{\rho^2} \right)_{n-1} \frac{\rho_n - \rho_{n-1}}{\Delta t}$$

и определения хим. состава

$$X_{i,n} = X_{i,n-1} + F_{i,n-1} \Delta t,$$

где F_i — правые части ур-ний (7), $\Delta t = t_n - t_{n-1}$. Наряду с явной схемой шага по времени, приведённой выше, используют неявную, когда $F_i, P/\rho^2$ вычисляются в момент t_n или представляют собой линейную комбинацию значений, взятых в моменты t_n и t_{n-1} . Решение системы обыкновенных дифференц. ур-ний (1) — (6) осложняется наличием особых точек в центре звезды и при $T \rightarrow 0$. Поэтому интегрирование ведётся навстречу из центра и с поверхности со сшивкой в к-л. промежуточной точке [метод Шварцшильда (M. Schwarzschild)]. Из условий сшивки находят центр. значения ρ_c, T_c , а также L и T_9 . Др. способ решения состоит в разбиении звезды на N сферич. слоёв и замене дифференц. ур-ний разностными [метод Хеньи (L. Henyey)]. Последний метод лучше приспособлен для использования ЭВМ. Для построения гидростатич. моделей применяют также метод, основанный на решении гидродинамич. нестационарных ур-ний с вязкостью.

Ядерная эволюция звёзд

Расчёты Э. з. представляются в виде треков на ГРД. Как уже отмечалось, б. ч. времени жизни звёзды проводят на ГП.

Звёзды с $M = 1 M_{\odot}$. Время жизни такой звезды на ГП (точка A на рис. 1) ок. 10^{10} лет, а её строение аналогично строению *Солнца*. На протяжении этой стадии в центр. областях звезды водород «перегорает» в гелий. Когда масса гелиевого ядра достигает $\sim 10\%$ массы звезды, становится заметным отход от ГП (точка B). Небольшое увеличение светимости на участке AB связано с уменьшением непрозрачности из-за уменьшения числа электронов при синтезе гелия из водорода. После выгорания водорода в центре звезды и образования гелиевого ядра отвод энергии из него может компенсироваться только энергией,