

жет иметь сложную топологию, напр. благодаря чёрным дырам. Его локальная геометрия является геометрией Минковского и характеризуется метрич. тензором  $g_{\alpha\beta}(x^\nu)$ , определяющим квадрат дифференциала расстояния  $ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta$  между бесконечно близкими точками  $x^\alpha$  и  $x^\nu + dx^\nu$  и являющимся ф-цией координат  $x^\nu = (ct, \mathbf{r})$ . Здесь  $t$  — время,  $\mathbf{r} = (x^i)$  — пространственный 3-вектор с декартовыми координатами  $x^i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), греч. индексы  $\alpha, \beta, \nu = 0, 1, 2, 3$ . В принципе, как показывает эффект Казимира, наличие к.-л. границ и сама форма рассматриваемой области пространства могут влиять на эл.-магн. проявления вакуума в ней.

В Э. метрика пространства-времени и пространственно-временные системы координат событий, т. е. свойства гравитац. фона, обычно (для простоты) считаются не зависящими от эл.-магн. полей и движений заряж. вещества. Самосогласование Э. и ОТО, в принципе, осуществляется совместным решением связанных ур-ний Максвелла и ур-ний Эйнштейна, учитывающих кривизну пространства-времени и её изменение вследствие перераспределения энергии-импульса эл.-магн. поля и вещества. [Существуют многочисл. теоретич. попытки связать эл.-магн., слабое и сильное взаимодействия и само возникновение соответствующих зарядов частиц с топологич. и метрич. особенностями так или иначе расширенного пространства-времени, представляющегося многомерным, напр. 10- или 11-мерным, но обнаруживающего «лишние», «скрытые» измерения только для малых, напр. планковских, длин ( $\sim 10^{-33}$  см) или для сверхвысоких энергий частиц (см. Великое объединение, Калуцы — Клейна теория, Единая теория поля).]

**Относительность описания.** Опираясь на релятивистскую ковариантность законов физики и идею близкодействия зарядов посредством поля (см. Взаимодействие), можно ограничиться формулировкой локальных дифференц. ур-ний Э. в одной, удобнее всего — в к.-л. инерциальной (декартовой) системе координат (системе отсчёта). В соответствии с эквивалентности принцип Эйнштейна описание физ. явлений представляется наиб. простым именно в локально инерциальной системе отсчёта, к-рая может быть реализована в окрестности любого события (точки пространства-времени), будучи связанной со свободно «падающим» телом отсчёта. Тогда локально тяготение не проявляется: метрич. тензор  $g_{\alpha\beta}$  сводится к диагональному  $\eta_{\alpha\beta}$  с сигнатурой  $(+ - - -)$  (плоское Минковского пространство-время). Согласно относительности принципу, описание любых, в т. ч. эл.-магнитных, процессов не зависит (численно) от выбора различных инерциальных систем отсчёта, если в каждой из них начальные и граничные условия заданы одинаково (численно). Вместе с тем характеристики одного и того же процесса, конечно, выглядят по-разному из разл. систем отсчёта, поскольку ему отвечают в них различные начальные и граничные условия для полей и частиц.

**Заряд и сила.** Существенно, однако, что величина электрич. заряда тел (частиц) не зависит не только от выбора системы отсчёта (даже неинерциальной), но и от скорости движения тела (инвариантность заряда). Это положение исходит из следующего совместного определения электрич. заряда  $q$ , электрического  $\mathbf{E}$  и магнитного  $\mathbf{B}$  полей, утверждающего в качестве основополагающего физ. закона (основанного на всей совокупности эксперим. данных Э.) ф-лу для силы Лоренца (в рамках идеализации точечного заряда, движущегося с определённой скоростью  $\mathbf{v}$ ):

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}\mathbf{B}] \right), \quad (1)$$

или

$$\frac{dp_\alpha}{dt} = q F_{\alpha\beta} v^\beta, \quad F_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ E_1 & 0 & B_3 & -B_2 \\ E_2 & -B_3 & 0 & B_1 \\ E_3 & B_2 & -B_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1')$$

Здесь  $\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}$  — импульс заряж. тела с массой покоя  $m$ , фактор  $\gamma = 1/\sqrt{1-u^2/c^2}$ ,  $p_\alpha = m c v_\alpha$  — ковариантный вектор энергии-импульса (4-импульс),  $v_\alpha = g_{\alpha\beta} v^\beta$ ,  $v^\beta \equiv dx^\beta/dt \equiv (\gamma c, \gamma \mathbf{v})$  — контравариантная 4-скорость,  $t = \int ds/c$  — собств. время тела, определяемое длиной его мировой линии  $x^\beta(t)$ ,  $dt = \gamma dt$ . (Здесь и далее используется Гаусса система единиц.) Инвариантность заряда экспериментально проверяется возможностью описать кинематику его движения в заданных полях в любых системах отсчёта и для любых нач. скоростей, используя, согласно (1), одну и ту же величину  $q$  (точнее,  $q/m$ ), определяющую эффективность ускорения заряда. Сравнение зарядов тел  $q_n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , производится, напр., путём измерения отношения сил  $F_n = q_n E$ , действующих на неподвижные заряды (в одном и том же поле  $\mathbf{E}$ ). За единицу электрич. заряда принимается такой заряд, к-рый в вакууме под действием равного себе заряда на расстоянии  $r = 1$  см от него испытывает силу в 1 дин (согласно Кулона закону, величина силы взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов равна  $q_1 q_2 / r^2$ ). Квантовый заряд, т. е. его кратность величине заряда электрона  $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$  ед. СГС, или  $e/3$  (кварки), в Э. вводится как дополнит. наблюдат. факт. Так, экспериментально установлено, что величина заряда протона равна заряду электрона с относит. погрешностью  $\leq 10^{-21}$ .

Аналогичным образом, согласно (1) или (1'), с заменой скорости  $\mathbf{v} \rightarrow \mathbf{v}$ , полей  $\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{B}$  и  $\mathbf{B} \rightarrow -\mathbf{E}$ , а также скалярного заряда  $q$  на псевдоскаляр  $\tilde{q}$  (для сохранения пространственных чётности  $\mathbf{E}$  и нечётности  $\mathbf{B}$ ), можно ввести дуальную силу Лоренца  $d\tilde{\mathbf{p}}_\alpha/dt = \tilde{q} F_{\alpha\beta} \tilde{v}^\beta$  и определить точечный магн. заряд  $\tilde{e}$ . Здесь

$$\tilde{F}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu} F_{\mu\nu}$$

есть дуальный (антисимметричный) псевдотензор эл.-магн. поля,  $\varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu}$  — Леви-Чивиты символ. Ипользуя идею калибровочной инвариантности, П. Дирак (P. Dirac) в 1931 показал, что элементарный магн. заряд  $\tilde{e}$  должен быть тоже квантован и связан с соответствующим элементарным электрич. зарядом,  $\tilde{e} = \hbar c / 2e$ ,  $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  (см. Магнитный монополю). Реальные магн. заряды в природе не обнаружены.

**Поле.** Ф-ла (1) одновременно даёт и определение классич. эл.-магн. поля. С этой целью в каждой точке необходимо измерить ускорения, по крайней мере, трёх пробных частиц (с известными зарядами и массами), напр. одной первоначально покоившейся (для нахождения компонент вектора напряжённости электрич. поля  $\mathbf{E}$ ) и двух движущихся в ортогональных направлениях (для нахождения компонент псевдовектора индукции магн. поля  $\mathbf{B}$ ). Согласно Лоренца преобразованиям, компоненты векторов сил и, следовательно, электрич. и магн. полей меняют свои значения при переходе из одной («штрихованной») инерц. системы отсчёта в другую; относительно к-рой первая движется со скоростью  $\mathbf{u}$ :

$$\begin{aligned} E_{\parallel} &= E'_{\parallel}, \quad E_{\perp} = \gamma \left( E'_{\perp} - \frac{1}{c} [\mathbf{u}\mathbf{B}'_{\perp}] \right), \\ B_{\parallel} &= B'_{\parallel}, \quad B_{\perp} = \gamma \left( B'_{\perp} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}\mathbf{E}'_{\perp}] \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь индексами  $\parallel$  и  $\perp$  отмечены компоненты поля соответственно вдоль и поперёк вектора скорости  $\mathbf{u}$ ;  $\gamma = 1/\sqrt{1-u^2/c^2}$ . Т. о., разделение поля на электрическое и магнитное зависит от выбора системы отсчёта. Поэтому удобно использовать единый (антисимметричный) тензор эл.-магн. поля  $F_{\alpha\beta}$  (в 1'); тогда при преобразованиях Лоренца  $x^\alpha = \Lambda^\alpha_\beta x'^\beta$  закон трансформации полей (2) записывается в виде  $F_{\alpha\beta} = \Lambda^\mu_\alpha \Lambda^\nu_\beta F_{\mu\nu}$ . Вместе с тем инвариантными остаются две, и только две (в вакууме), алгебраич. комбинации полей:

$$\frac{1}{2} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} = \mathbf{B}^2 - \mathbf{E}^2, \quad \frac{1}{4} \varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu} F_{\alpha\beta} F_{\mu\nu} = 2\mathbf{B}\mathbf{E} \quad (3)$$

(см. Инварианты электромагнитного поля).