ветствующие магн. и тороидные мультипольные моменты), тогда как плотность электрич. заряда тождественно равна нулю. Создаваемое такой системой электрич. поле $\boldsymbol{E}$ отлично от нуля, только если токи нестационарны. При движении относительно этой системы наряду с плотностью тока в ней будут наблюдаться плотность заряда и соответствующие электрич. мультипольные моменты; однако не существует системы отсчёта, из к-рой наблюдалась бы одна только плотность заряда и не наблюдалась бы плотность тока, а следовательно, всюду отсутствовало бы магн. поле.

В общем случае, согласно (7), ввиду отсутствия магн. зарядов и независимо от движения электрич. зарядов

$$\boldsymbol{B} \equiv -c \int_{-\infty}^{t} \operatorname{rot} \boldsymbol{E}\, dt,$$

т. е. магн. поле выступает как вспомогательное, характеризующее историю эволюции основного электрич. поля. Несмотря на это, введение самостоят. магн. поля необходимо, если последовательно придерживаться идеи близкодействия зарядов, т. е. описывать их взаимодействие только посредством локально (а не интегрально) измеримых полевых величин.

Экстремальные принципы. В отличие от дуально симметричной Э. (8), (11), в однозарядовой Э. не возникает проблем с получением совместной системы ур-ний (1), (8) (с $\tilde{j}^\alpha = 0$) для движения отд. электрич. зарядов q_n и поля в вакууме из вариац. принципа (см. *Вариационное исчисление*). Для удобства вводятся новые полевые переменные — скалярный $\varphi(ct, \boldsymbol{r})$ и векторный $\boldsymbol{A}(ct, \boldsymbol{r})$ *потенциалы электромагнитного поля:*

$$F_{\alpha\beta} = A_{\beta,\alpha} - A_{\alpha,\beta},\ A_\alpha = (\varphi, -\boldsymbol{A});$$
$$\boldsymbol{E} = -\operatorname{grad}\varphi - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial(ct)},\ \boldsymbol{B} = \operatorname{rot}\boldsymbol{A}. \tag{13}$$

Тогда второе ур-ние из (8), принимающее вид $F_{\alpha\beta,\nu} + F_{\nu\alpha,\beta} + F_{\beta\nu,\alpha} = 0$, и, следовательно, ур-ния (7) с $\tilde{\rho} \equiv 0$ и $\tilde{j} \equiv 0$ удовлетворяются тождественно. Первое же ур-ние из (8) и ур-ние (1′) с учётом (4′) [или ур-ния (6) и ур-ние (1) с учётом (4)] есть в точности *Эйлера — Лагранжа уравнения* с *лагранжианом*

$$\mathscr{L}(\boldsymbol{r}_n, \varphi, \boldsymbol{A}) = -\sum_n m_n c^2 \sqrt{1 - v_n^2/c^2}\, \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_n) -$$
$$-\varphi\rho + \frac{1}{c}\boldsymbol{A}\boldsymbol{j} + \frac{1}{8\pi}(\boldsymbol{E}^2 - \boldsymbol{B}^2). \tag{14}$$

При этом, правда, в последнем слагаемом необходимо исключить бесконечную энергию собственного (кулоновского) поля точечных зарядов, а в слагаемом взаимодействия $A_\alpha j^\alpha/c$ — самовоздействие зарядов. Поскольку наблюдаемая масса заряж. частиц m_n конечна, компенсацию их бесконечной эл.-магн. массы следует обеспечить введением бесконечной отрицат. массы неэлектромагн. происхождения («перенормировка» массы). Эта непоследовательность, связанная с идеализацией точечных элементарных частиц, в релятивистской классич. физике, не включающей описание детальной внутр. структуры заряж. частиц, напр. как полевых образований, неизбежна в силу невозможности существования абсолютно недеформируемых протяжённых тел.

Калибровочная инвариантность. Если отказаться от точечности и учесть неэлектромагн. взаимодействие частиц, то, описывая частицы нек-рым классич. полем ψ, первое слагаемое в (14) следует заменить на более общий лагранжиан частиц $\mathscr{L}_0 = \mathscr{L}_0(\psi^k, \psi^k_{,\alpha})$, зависящий от к.-л. многокомпонентных комплексных ф-ций $\psi^k(x^\alpha)$, $k = 1, 2, \ldots$, и их производных $\psi^k_{,\alpha}$. С учётом вещественности $\mathscr{L}_0$ требование инвариантности полного лагранжиана относительно локальных фазовых преобразований

$$\psi^k \to \psi'^k = \exp\,[i f(x^\nu)]\psi^k \tag{15}$$

(*калибровочные преобразования*; $i = \sqrt{-1}$) обнаруживает замечат. факт, известный как эвристич. принцип *калибровочной инвариантности* и перенесённый из Э. на всю теорию поля [Ч. Янг (Ch. Yang), Р. Миллс (R. Mills), 1953; М. Гелл-Ман (M. Gell-Mann), 1956]. Согласно этому принципу, инвариантность исходного лагранжиана $\mathscr{L}_0$ восстанавливается удлинением производных

$$\psi^k_{,\alpha} \to [\psi^k]_{,\alpha} = \psi^k_{,\alpha} - ieA_\alpha\psi^k \tag{15′}$$

за счёт введения компенсирующего поля $A_\alpha(x^\beta)$, преобразующегося одновременно с (15) по т. н. калибровочному закону

$$A_\alpha \to A'_\alpha = A_\alpha + \frac{1}{e} f_{,\alpha}, \tag{15″}$$

не меняющему наблюдаемые компоненты поля (13) $F_{\alpha\beta}$. [В (15′) величина заряда электрона e выступает как константа введённого таким образом взаимодействия — мин. эл.-магн. взаимодействия,— давая ещё одно неявное определение электрич. заряда.] Если для определённости ограничиться линейной зависимостью $\mathscr{L}_0$ от производных $\psi^k_{,\alpha}$, характерной для спинорных полей вещества, то в полном лагранжиане

$$\mathscr{L} = \mathscr{L}_0(\psi^k, \psi^k_{,\alpha}) + \mathscr{L}_{\text{вз}}(\psi^k, A_\alpha) + \mathscr{L}_{\text{эм}}(A_\alpha, A_{\alpha,\beta})$$

непосредственно возникает необходимый лагранжиан взаимодействия $\mathscr{L}_{\text{вз}} = A_\alpha j^\alpha/c$ вместе с новым определением 4-плотности тока $j^\alpha \sim e(\psi^k \partial\mathscr{L}_0/\partial\psi^k_{,\alpha} - \psi^{k*}\partial\mathscr{L}_0/\partial\psi^{k*}_{,\alpha})$, не связанным с точечностью зарядов [ср. (4), (14)].

Собственный лагранжиан компенсирующего (здесь — эл.-магнитного) поля выбирается в простейшем виде $\mathscr{L}_{\text{эм}} = (-1/16\pi)F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta}$ [см. (3), (13)], обеспечивающем его инвариантность при калибровочном преобразовании (15″) в отсутствие вещества. Этим, в частности, исключается слагаемое вида $-\lambda_\phi^{-2} A_\alpha A^\alpha/8\pi$, а следовательно, возможность ненулевой массы фотона $m_\phi = \hbar/c\lambda_\phi$. Наличие ненулевой массы фотона кардинально меняло бы законы Э. на расстояниях $\gtrsim \lambda_\phi = \hbar/m_\phi c$ [Л. де Бройль (L. de Broglie), 1924]; однако земные эксперименты, в частности по проверке закона Кулона и независимости скорости эл.-магн. волн в вакууме от их частоты, допускают такую возможность только на расстояниях $\gtrsim 10^{10}$ см, а наблюдения стабильных конфигураций газа и магн. полей галактик — на расстояниях $\gtrsim 10^{22}$ см. В принципе было бы возможно также несохранение электрич. заряда, напр. распад электрона на нейтральные частицы или осцилляции электрон $\leftrightarrow$ позитрон, хотя подобные процессы и подавлены неизбежным участием большого кол-ва ($\gtrsim 10^{13}$—10^{21}) сверхмягких продольных фотонов (Я. Б. Зельдович, Л. Б. Окунь, М. Б. Волошин, 1978); однако лабораторные эксперименты и глобальные геоэлектрич. оценки показывают, что время жизни электрич. заряда превышает 10^{30} с.

Внутренние противоречия (неклассические проблемы)

Нелинейность. Включение в лагранжиан эл.-магн. поля неквадратичных по $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{B}$ слагаемых ведёт к нелинейной теории. Наиб. известное нелинейное обобщение Э. развито В. Гейзенбергом (W. Heisenberg), Г. Эйлером (H. Euler), В. Вайскопфом (V. Weisskopf) (1936) и Ю. Швингером (1951) на основе квантово-электродинамич. вычисления поляризации электрон-позитронного вакуума, создаваемой достаточно плавными в пространстве-времени полями, для к-рых удаётся использовать точное решение *Дирака уравнения*. Соответствующий лагранжиан, для простоты выписываемый в естеств. единицах ($\hbar = c = 1$),

$$\mathscr{L}_{\text{ГЭ}} = \frac{\boldsymbol{E}^2 - \boldsymbol{B}^2}{8\pi} + \frac{1}{8\pi^2}\int_0^\infty \left\{1 + \frac{e^2Z^2}{3}(\boldsymbol{B}^2 - \boldsymbol{E}^2) - e^2Z^2\boldsymbol{B}\boldsymbol{E} \times \right.$$
$$\left. \times \frac{\operatorname{Re}\operatorname{ch}(eZ\sqrt{\boldsymbol{B}^2 - \boldsymbol{E}^2 + 2i\boldsymbol{B}\boldsymbol{E}})}{\operatorname{Im}\operatorname{ch}(eZ\sqrt{\boldsymbol{B}^2 - \boldsymbol{E}^2 + 2i\boldsymbol{B}\boldsymbol{E}})}\right\}\exp(-m_e^2 Z)\frac{dZ}{Z^3} \tag{16}$$