

применение в области классич. физики переформулированной, неполевой Э. оказывается несколько искусственным и непопулярным, особенно вследствие её усложнённости. Последнее гл. обр. обусловлено необходимостью выделения запаздывающих координат частиц, накладывающего сложные условия связи на вариан. ур-ния теории.

**Законы сохранения и ненаблюдаемость потенциалов**

В полевой формулировке Э. этих сложностей нет, и в анализе взаимодействия зарядов на первый план выступает динамика самого создаваемого ими поля. Существенно, что благодаря калибровочной инвариантности в Э. нельзя непосредственно наблюдать потенциалы  $A^\alpha$  этого поля. Такая возможность имеется только в квантовой физике и обнаруживается, напр., в интерференц. эффектах вследствие изменения фазы волновых ф-ций заряд. частиц под действием потенциалов  $A^\alpha(x^\beta)$  даже в тех пространственно-временных областях, где в силу особенностей топологии отсутствуют напряжённости поля,  $F_{\alpha\beta}=0$  (см. *Аронова—Бома эффект*). Наблюдение потенциалов Ф. А было бы возможно в калибровочно неинвариантной Э. с ненулевой массой фотона, где при условии калибровки Лоренца волновые ур-ние для них имеет вид *Прока уравнения*  $A_{\alpha,\beta}^\alpha - \lambda_\phi^{-2} A^\alpha = 4\pi j^\alpha/c$  с сохраняющимся 4-током ( $j_{\alpha,\alpha}^\alpha=0$ ), первое и второе ур-ния Максвелла (6) содержат в правых частях слагаемые соответственно  $-\lambda_\phi^{-2}\phi$  и  $-\lambda_\phi^{-2}A$ , а плотности энергии эл.-магн. поля и её потока (*Пойнтинга вектор*) равны:

$$w \equiv T_0^0 = \frac{1}{8\pi} (E^2 + B^2 + \lambda_\phi^{-2}\phi^2 + \lambda_\phi^{-2}A^2),$$

$$S \equiv (-cT_i^0) = \frac{c}{4\pi} ([EB] + \lambda_\phi^{-2}\phi A).$$

Несмотря на ненаблюдаемость при  $m_\phi=0$ , потенциалы часто используются для описания различных (калибровочно инвариантных и неинвариантных) характеристик эл.-магн. поля.

**Момент импульса, спина и «масса» поля.** Важные примеры первых и последних — тензоры плотности импульсного,  $M_{\alpha\beta}^\nu = (x_\alpha T_\beta^\nu - x_\beta T_\alpha^\nu)/c$  [см. (12)], и спинового,  $S_{\alpha\beta}^\nu = (A_\alpha F_\beta^\nu - A_\beta F_\alpha^\nu)/4\pi c$ , моментов, определения к-рых диктуются *Нётер теоремой*. Им соответствуют векторы плотности момента импульса (А. И. Садовский, 1897) и спина [Ч. Г. Дарвин (Ch. G. Darwin), 1932]:

$$\mu^i \equiv \frac{1}{2} \epsilon^{ijl} M_{jl}^0 = \frac{1}{4\pi c} [r[EB]]^i,$$

$$s^i \equiv \frac{1}{2} \epsilon^{ijl} S_{jl}^0 = \frac{1}{4\pi c} [EA]^i.$$

Первый лишь неявно зависит от поляризации поля, а второй непосредственно связан с ней. Их разность  $\mu - s$ , обычно заменяемая на вектор  $l = [r[(E \nabla A) + (E \nabla) A]]/4\pi c$ , характеризует «орбитальную» часть момента импульса, к-рая, как и спиновая, зависит от калибровки. Для свободного поля здесь удобна кулоновская калибровка  $\text{div} A = 0$ , позволяющая считать  $\phi \equiv 0$ . Тогда, поскольку  $T_{\alpha,\nu}^\nu = 0$  и  $F_{\alpha,\nu}^\nu = 0$ , для любой замкнутой конфигурации поля излучения, наряду с 4-импульсом  $P_\alpha = (W, -P)$  и полным моментом импульса  $M$ , сохраняются во времени также спин  $S$  и «орбитальный» момент импульса  $L = M - S$ . Эти величины определяются пространственными интегралами соответственно от  $T_0^0 = (w, -S/c)$ ,  $\mu$ ,  $s$  и  $l$  по всей области  $V_\infty$ , занятой полем.

Ковариантность сохраняющегося 4-вектора энергии-импульса поля  $P_\alpha$  позволяет говорить о скорости центра «масс» поля  $u^i = cP^i/P_0$ , где  $P_0 = W/c$ . Его «массу» (покоя)  $m_0$ , в общем случае переменную во времени, можно ввести ф-лой

$$m_0^2 c^4 = \int_{V_\infty} \frac{(E^2 + B^2)^2 - 4[EB]^2}{(8\pi)^2} dV \equiv \int_{V_\infty} \frac{(B^2 - E^2)^2 + 2BE^2}{(8\pi)^2} dV.$$

Последнее тождество в соответствии с (3) показывает релятивистскую инвариантность данного определения. при-

чём в качестве квадрата плотности «массы» под знаком интеграла стоит квадрат  $\Lambda^2$  любого из четырёх собств. значений (совпадающих по величине) тензора плотности энергии-импульса поля,  $T_{\alpha\beta}^\nu a_i^\alpha = \Lambda_i a_i^\alpha$ . Т. о., даже при нулевой массе фотона,  $m_\phi=0$ , поле излучения может обладать «массой»,  $m_0 \neq 0$ , наличие к-рой отвечает (частичной) локализации эл.-магн. энергии благодаря (частичной) параллельности векторов  $E$  и  $B$  либо благодаря (частичному) уничтожению потока энергии при усреднении вектора Пойнтинга  $c[EB]/4\pi$  из-за переменности его направления в пространстве, напр. для стоячей волны.

**Законы сохранения.** Если с полем взаимодействует ограниченная система заряд. частиц (тел), то во времени будут сохраняться их совместные энергия-импульс и момент импульса (см. *Мультипольное излучение*). Поскольку описание частиц полем через  $\psi$ -функции выходит за рамки Э. точечных зарядов, то в ней не используется и возможность равноправного с орбитальным моментом введения спина заряд. частиц [Ф. Белифанте (F. Belinfante), 1939], а также соответствующего магн. момента как циркулирующего течения заряда в поле  $\psi$ -волны [В. Гордон (W. Gordon), 1928]. Более того, утрируя ситуацию, согласно ур-нию Дирака, в Э. элементарный заряд, скажем, электрона, нельзя рассматривать иначе как точечный квант заряда  $e$ , непредсказуемо движущийся со скоростью света  $c$  (нем. Zitterbewegung — дрожание) внутри комптоновского объёма  $\lambda_e^3$  так, что ср. поступат. скорость электрона совпадает с его классич. скоростью  $v$ . Аналогично в итоге усреднения возникают его спин  $\hbar/2$ , равный произведению ср. радиуса  $\lambda_e/2$  на импульс  $m_e c$ , и магн. дипольный момент  $e\hbar/(2m_e c)$ , равный произведению ср. тока  $ec/2\lambda_e$  на площадь  $\lambda_e^2$  и фактор  $c^{-1}$  [К. Хуанг (K. Huang), 1952]. Отвлекаясь от подобных наглядных представлений, в совр. версиях Э. точечные заряд. частицы просто наделяют определёнными магнитно- и электродипольными (и высшими мультипольными) моментами и так или иначе постулируют законы их взаимодействия с эл.-магн. полем.

Игнорируя указанные мультипольные эффекты, к-рые для элементарных зарядов обычно малы по сравнению с исходными монопольными эффектами, и вводя для системы точечных зарядов тензоры

$$m_{\alpha\beta}^\nu = \frac{1}{c} (x_\alpha t_{\beta,\nu}^\nu - x_\beta t_{\alpha,\nu}^\nu), \quad t^{\alpha\beta}(ct, \mathbf{r}) = \sum_n \frac{p_n^\alpha(t) p_n^\beta(t)}{p_n^0(t)} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n),$$

можно прийти к ур-ниям непрерывности

$$T_{\beta,\nu}^\nu + t_{\beta,\nu}^\nu = 0, \quad M_{\alpha\beta,\nu}^\nu + m_{\alpha\beta,\nu}^\nu = 0 \quad (20)$$

суммарных тензоров плотности энергии-импульса и момента импульса. Отсюда после интегрирования  $T_{\beta,\nu}^\nu + t_{\beta,\nu}^\nu$  и  $\mu^i + (1/2)\epsilon^{ijl} m_{jl}^0$  по всей области  $V_\infty$ , занятой полем и частицами, следуют законы сохранения их полных 4-импульса  $P_\alpha + P_{0\alpha}$  и момента импульса  $M + M_0$ . Механич. взаимодействие зарядов с полем описывается 3-плотностью 4-силы Лоренца:

$$t_{\beta,\nu}^\nu \equiv -T_{\beta,\nu}^\nu = f_\beta, \quad f^\beta = \sum_n q_n F_\beta^\alpha v_n^\alpha \frac{d\tau_n}{dt} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) \equiv \sum_n q_n \left( \frac{E v_n}{c}, E + \frac{1}{c} [v_n B] \right) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n). \quad (21)$$

При переходе к непрерывному распределению заряда в среде рассматривают густок зарядов  $dq_n$ , движущихся в физ. бесконечно малом объёме  $dV$  по мировой линии  $x_n^\alpha(t) = (ct, \mathbf{r}_n(t))$ , и вводят плотность силы Лоренца  $f_n^\alpha = \rho_n E + c^{-1} [j_n B]$ . Изменение механич. энергии зарядов

$P_{00} \equiv W_0 = \sum \gamma_k m_k c^2$ , находящихся внутри к.-л. области  $V(t)$ , совершается работой только электр. поля:  $dW_0/dt = \int (jE) dV$ . Она определяется распределением полной плотности тока  $j(\mathbf{r}) = \sum j_n(\mathbf{r})$  по элементам объёма  $dV$ , но из теоремы Пойнтинга  $jE = -dw/dt - \text{div} S$  может быть